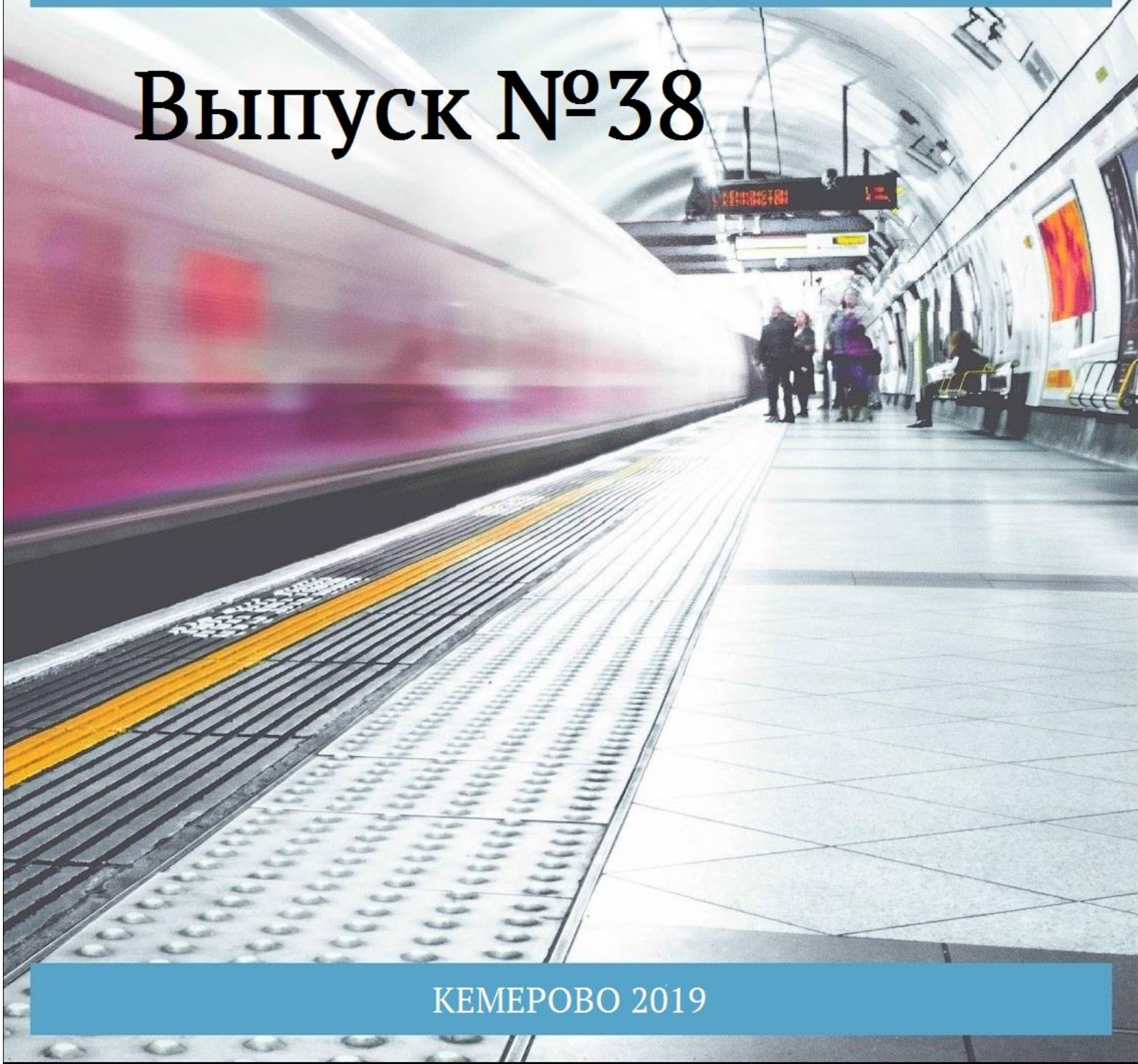
ТОЧНАЯ НАУКА

естественнонаучный журнал

Публикации для студентов, молодых ученых и научно-преподавательского состава на www.t-nauka.ru

ISSN 2500-1132 Издательский дом "Плутон" www.idpluton.ru



Выпуск №38

КЕМЕРОВО 2019

11 февраля 2019 г.
ББК Ч 214(2Рос-4Ке)73я431
ISSN 2500-1132
УДК 378.001
Кемерово

Журнал выпускается ежемесячно, публикует статьи по естественным наукам. Подробнее на www.t-nauka.ru

За точность приведенных сведений и содержание данных, не подлежащих открытой публикации, несут ответственность авторы.

Редкол.:

Никитин Павел Игоревич - главный редактор, ответственный за выпуск журнала

Баянов Игорь Вадимович - математик, специалист по построению информационно-аналитических систем, ответственный за первичную модерацию, редактирование и рецензирование статей

Артемасов Валерий Валерьевич - кандидат технических наук, ответственный за финальную модерацию и рецензирование статей

Зимина Мария Игоревна - кандидат технических наук, ответственный за финальную модерацию и рецензирование статей

Нормирзаев Абдукаюм Рахимбердиеви - кандидат технических наук, Наманганский инжинерно-строительный институт (НамМПИ)

Безуглов Александр Михайлович - доктор технических наук, профессор кафедры математики и математического моделирования, Южно-российский государственный политехнический университет (Новочеркасский политехнический институт) им. М.И .Платова,

Наджарян Микаел Товмасович - кандидат технических наук, доцент, Национальный политехнический университет Армении

Шушлебин Игорь Михайлович - кандидат физико-математических наук, кафедра физики твёрдого тела Воронежского государственного технического университета

Равшанов Дилшод Чоршанбиевич - кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Технология, машины и оборудования полиграфического производства», Таджикский технический университет имени академика М.С.Осими

Крутякова Маргарита Викторовна – доцент, кандидат технических наук, Московский политехнический университет

Гладков Роман Викторович - кандидат технических наук, доцент кафедры эксплуатации вооружения и военной техники Рязанского гвардейского высшего воздушно-десантного командного училища

Моногаров Сергей Иванович - кандидат технических наук доцент Армавирского механико-технологического института (филиал) ФГОУ ВО КубГТУ

Шевченко Сергей Николаевич - кандидат технических наук, доцент кафедры СЭУ, Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота РФ

Отакулов Салим - Доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики Джизакского политехнического института

А.О. Сергеева (ответственный администратор)[и др.];

Естественнонаучный журнал «Точная наука», входящий в состав «Издательского дома «Плутон», был создан с целью популяризации естественных наук. Мы рады приветствовать студентов, аспирантов, преподавателей и научных сотрудников. Надеемся подарить Вам множество полезной информации, вдохновить на новые научные исследования.

Издательский дом «Плутон» www.idpluton.ru e-mail: admin@idpluton.ru
Подписано в печать 11.02.2019 г. Формат 14,8×21 1/4. | Усл. печ. л. 2.2. | Тираж 500.

Все статьи проходят рецензирование (экспертную оценку).
Точка зрения редакции не всегда совпадает с точкой зрения авторов публикуемых статей.
Авторы статей несут полную ответственность за содержание статей и за сам факт их публикации.
Редакция не несет ответственности перед авторами и/или третьими лицами и организациями за возможный ущерб, вызванный публикацией статьи.
При использовании и заимствовании материалов ссылка обязательна.

Содержание

1. ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАЧЕНИЯ ВТУЛКИ ЦЕВКИ ПО ЗУБУ КОЛЕСА ЦЕВОЧНО-РЕЕЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ……..…….……...….….2
Половинкина Н.Б., Александров А.Р.
2. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ СУДОВЫХ ЭЛЕКТРО ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ……..……...……..7
Телекова Л.Р., Дияковская А.В.
3. МОНОБЛОЧНАЯ ХОЛОДИЛЬНАЯ МАШИНА С ФИЛЬТРУЮЩИМ ЭЛЕМЕНТОМ ВМЕСТО ДРОССЕЛЯ…….…..10
Жильцов И.Б., Першин Г.А., Резепов Д.И.
4. АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ХИЛЛОВСКОГО ТИПА ДЛЯ ПАРАМЕТРА ОБОБЩЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА ……..…….....14
Адиров Т.Х.

Половинкина Нина Борисовна
Polovinkna Nina Borisovna
Доцент кафедры «Детали машин и подъемно-транспортные механизмы»
Санкт-Петербургского государственного морского технического университета
E-mail: pnbgear@mail.ru

Александров Андрей Романович
Aleksandrov Andrei Romanovich
Инженер-конструктор
E-mail: aargear@mail.ru

УДК 621.833.4

ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАЧЕНИЯ ВТУЛКИ ЦЕВКИ ПО ЗУБУ КОЛЕСА ЦЕВОЧНО-РЕЕЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ

ENSURING THE ROLLING OF THE BUSHING PIN ON TOOTH CYCLOID WHEEL-RACK AND PINION

Аннотация: Объект исследования – высшая кинематическая пара, образованная эвольвентным профилем зуба колеса и втулкой цевки цевочно-реечной передачи. Получены зависимости для определения минимального радиуса цевки, обеспечивающего условие чистого качения элементов кинематической пары.

Abstract: The object of research is the highest kinematic pair formed by the involute tooth of the wheel and the bushing of the shank of the rack and pinion transmission. The dependences for determining the minimum radius of the tip providing the condition of pure rolling of the elements of the kinematic pair are obtained.

Ключевые слова: цевочно-реечная передача, эвольвентный зуб, цевка, втулка, сила трения, момент трения, коэффициент трения скольжения, коэффициент трения качения.

Key words: cycloid-rack gear, involute tooth, Tarsus, bushing, frictional force, moment of friction, coefficient of sliding friction, coefficient of rolling friction.

При относительном движении элементов звеньев, образующих высшую кинематическую пару, происходит одновременное скольжение одного элемента относительно другого и качение элементов друг по другу. Это в полной мере относится к зубьям эвольвентной зубчатой реечной передачи, где происходит одновременное относительное скольжение и качение профилей зубьев. Для конструкций, в которых предпочтительно исключить скольжение, была предложена передача, названная ранее цевочно-реечной.

Особенности цевочно-реечной передачи рассмотрены в [1], [2]. Здесь лишь отметим, что передача состоит из эвольвентного зубчатого колеса и цевочной рейки. В простейшем варианте цевка рейки представляет собой втулку с осью.

Рассмотрим решение задачи о физических условиях, обеспечивающих качение втулки по зубу колеса. Ввиду относительно малого веса втулки по сравнению с силами, действующими на нее во время работы передачи, ее вес не учитывается.

Предположим, что втулка 2 жестко закреплена на оси 3. При движении зуба колеса 1 по втулке (см. рис.1, а), на нее со стороны зуба будут действовать нормальное давление F_N и полная сила трения скольжения F_f, равная

$$F_f = f F_N \ , \qquad (1)$$

где f - коэффициент трения скольжения зуба по втулке.

Сила F_f создает момент T_f, стремящийся вращать втулку на оси, равный

$$T_f = 0{,}5 f F_N D, \qquad (2)$$

где D - внешний диаметр втулки.

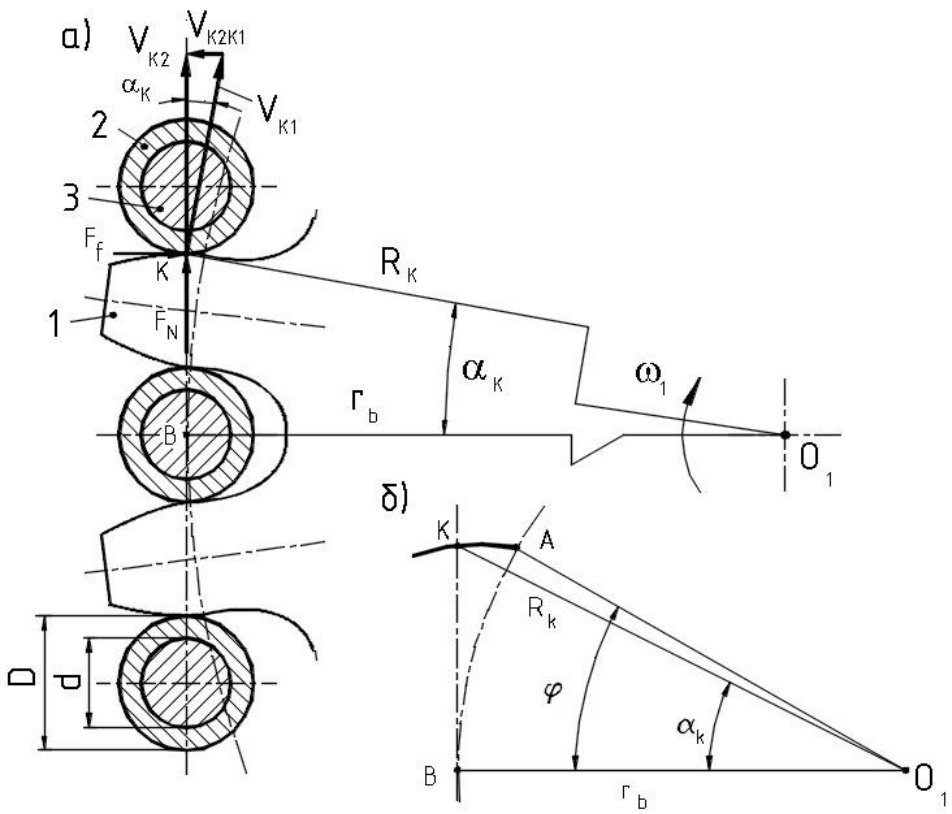


Рис. 1. К выводу условия чистого качения элементов высшей кинематической пары

Если освободить втулку от жесткого закрепления на оси и принять, что ее внешний и внутренний диаметры выбраны в соответствии с требованием обеспечения качения втулки по зубу, то для вращения втулки потребуется момент T_μ, меньший момента T_f. Иными словами, момент T_μ будет создаваться неполной силой трения скольжения F_μ, соответствующей неполному коэффициенту трения скольжения μ :

$$T_\mu = 0{,}5\mu F_N D. \qquad (3)$$

В общем случае момент T_μ преодолевает следующие сопротивления вращению втулки:

- сопротивление трения скольжения втулки об ось, закрепленную в цевочном полотне, характеризующееся моментом относительно центральной продольной оси втулки

$$T_{fo} = 0{,}5 f_o F_N d\,; \qquad (4)$$

- сопротивление трения качения втулки об ось, характеризующееся моментом

$$T_{ko} = k_o F_N \;; \qquad (5)$$

- сопротивление трения качения втулки по зубу, характеризующееся моментом

$$T_k = k\, F_N \;; \qquad (6)$$

- инерцию массы втулки от вращения ее с переменной угловой скоростью при качении по зубу колеса без скольжения, создающую момент

$$M_j = \varepsilon J\,. \qquad (7)$$

В формулах (4) ... (7):

f_o - приведенный коэффициент трения скольжения втулки об ось; k_o - коэффициент трения качения втулки об ось; k - коэффициент трения качения втулки о зуб колеса; d - диаметр оси цевки; ε - угловое ускорение вращения втулки на оси при ее качении по зубу колеса без скольжения; J - момент инерции массы втулки относительно ее продольной центральной оси.

В данном случае вектор давления F_N стационарен, угол давления равен нулю (угол между направлением вектора нормального давления F_N и скорости точки приложения F_N), следовательно, $T_{ko} = 0$.

Тогда втулка будет вращаться на оси, катясь без скольжения по зубу колеса, если

$$T_\mu - T_{fo} - T_k = M_j\,,$$

или

$$T_f - T_{fo} - T_k > M_j \ .$$

Откуда

$$T_f > M_j + T_{fo} + T_k, \qquad (8)$$

что, с учетом (2), (4), (6) и (7), дает

$$D > \frac{f_o d + 2\left(k + \varepsilon \frac{J}{F_N}\right)}{f}. \qquad (9)$$

Полагая втулку неподвижной на оси, обозначим относительное касательное ускорение втулки при движении ее по зубу через **a**. Тогда, учитывая требование о соблюдении чистого качения втулки по зубу колеса, можно записать

$$\varepsilon = \frac{a}{D/2}. \qquad (10)$$

Момент инерции массы втулки определяется по зависимости

$$J = m_D \frac{D^2}{4}, \qquad (11)$$

где m_D - масса втулки, приведенная к ее внешнему диаметру.

Окончательно, с учетом формул (9), (10) и (11), получим

$$D > \frac{f_o d + 2k}{f - m_D \frac{a}{F_N}}. \qquad (12)$$

Как видно из формулы (12), для того, чтобы втулка обкатывалась без скольжения по зубьям колеса, имея минимальный диаметр D, нужно обеспечить возможно более высокое значение коэффициента f и возможно меньшие значения диаметра d и коэффициентов f_o и k. Такие значения коэффициентов f и f_o могут быть достигнуты защитой от смазки совместно работающих поверхностей зубьев и втулки и, напротив, смазкой отверстия втулки и поверхности оси, на которой должна вращаться втулка. Величина диаметра d назначается из расчета оси цевки на прочность, жесткость и износостойкость. Что касается снижения коэффициента k, то оно осуществимо за счет изготовления втулки и зубьев колеса из сталей с высокой поверхностной твердостью, проникающей на достаточно большую глубину.

При выборе расчетных значений коэффициента f_o можно отметить, что при проектировании тихоходных механизмов зазор между втулкой и осью целесообразно принимать по скользящей посадке. При этом величину f_o можно вычислять по ориентировочной формуле [4]

$$f_o = 1,27 f_1, \qquad (13)$$

соответствующей приработавшейся паре ось - втулка (f_1- коэффициент трения скольжения для материалов, смазки и качества поверхностей трения такой пары).

Величины коэффициентов f и k следует принимать из источников, в которых содержатся данные об их числовых значениях, например, из [3].

Из формулы (12) также следует, что диаметр втулки, требующийся для чистого качения ее по зубу колеса, окажется неконструктивно большим, когда знаменатель мало отличен от нуля, т.е. когда величина $m_D \frac{a}{F_N}$ близка к величине f. Это обстоятельство указывает на необходимость в соответствующих случаях принимать меры для ограничения верхнего значения касательного ускорения a втулки.

Определим значения a и m_D, входящие в формулу (12).

Точка К - точка контакта зуба колеса 1 и втулки 2 (рис. 1,а). Скорость точки К, принадлежащей зубу колеса 1, равна

$$V_{K1} = R_K \omega_1 = \frac{r_b}{\cos \alpha_K} \omega_1, \qquad (14)$$

где R_K - радиус-вектор эвольвенты зуба в точке К; r_b - радиус основной окружности колеса; α_K - угол профиля эвольвенты зуба в точке К; ω_1 - угловая скорость колеса.

Скорость точки К, принадлежащей втулке 2, равна:

$$V_{K2} = V_{K1}\cos\alpha_K = r_b\omega_1. \quad (15)$$

Относительная скорость движения точки $К_2$ относительно $К_1$:

$$V_{K2K1} = V_{K2}tg\alpha_K = r_b\omega_1 tg\alpha_K. \quad (16)$$

Для эвольвентного профиля зуба, с учетом свойства эвольвенты о том, что ее радиус кривизны равен дуге основной окружности, заключенной между основанием эвольвенты и центром кривизны, из рассмотрения треугольника $O_1КВ$ получим (см. рис. 1,б)

$$tg\alpha_K = \frac{KB}{r_b} = \frac{\cup AB}{r_b} = \frac{r_b\varphi}{r_b} = \varphi. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16), найдем V_{K2K1}:

$$V_{K2K1} = r_b\,\omega_1\,\varphi. \quad (18)$$

Дифференцируя по времени V_{K2K1}, найдем относительное касательное ускорение втулки a

$$a = a^{\tau}_{K2K1} = \frac{dV_{K2K1}}{dt} = \frac{d\left(r_b\omega_1\varphi\right)}{dt} = \frac{d\left(r_b\omega_1\varphi\right)}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt} = r_b\omega_1^2. \quad (19)$$

Приведенная масса втулки m_D определяется следующим образом.

Момент инерции массы втулки находится по зависимости

$$\int_{d/2}^{D/2} r^2\,dm\ , \quad (20)$$

где r - кратчайшее расстояние от продольной оси втулки до ее элементарной массы dm.

Приняв dm как массу бесконечно узкого концентричного кольца шириной dr и высотой, равной высоте втулки b, найдем

$$J = \int_{d/2}^{D/2} r^2\left(2\pi r\,dr\,b\rho\right) = \frac{\pi}{32}b\rho\left(D^4 - d^4\right) = m\frac{D^2 + d^2}{8}\ , \quad (21)$$

где ρ - плотность материала втулки; m - масса втулки.

Приравнивая выражения (11) и (21) для момента инерции массы втулки, найдем приведенную массу втулки

$$m_D = \frac{m}{2}\left[1 + \left(\frac{d}{D}\right)^2\right]. \quad (22)$$

Таким образом, найдены все параметры, входящие в формулу (12) для определения диаметра втулки цевки D при условии чистого качения ее по зубу колеса цевочно-реечной передачи.

В качестве примера рассмотрим тихоходный подъемный механизм с открытой цевочно-реечной передачей (скорость V_{K2} = 1,35 м/с) со стальными поверхностно-закаленными зубчатым колесом, втулкой цевки и осью и известными параметрами (см. рис1, а): нормальное давление F_N = 7000 Н, диаметр основной окружности колеса d_b = 350 мм, диаметр оси цевки d = 16 мм, наружный диаметр втулки цевки D = 24 мм, высота втулки b = 45 мм. Коэффициенты трения можно ориентировочно принять основываясь на имеющиеся в литературе данные: $f \approx 0{,}1$, $f_1 \approx 0{,}15$, $k \approx 0{,}015$ мм [3].

Необходимо проверить, удовлетворяет ли принятый диаметр втулки цевки D условию чистого качения ее по зубу колеса.

Используя приведенную выше методику, получим расчетный диаметр втулки из условия чистого качения ее по зубу колеса D_p = 30,7 мм, т.е. $D < D_p$. В этом случае имеется реальная опасность того, что при заданных условиях работы механизма втулка цевки не сможет без скольжения обкатываться по зубу колеса.

Выполненный расчет, в силу принятых ориентировочных значений коэффициентов трения, следует рассматривать как приближенный, однако, при проектировании цевочно-реечной передачи желательно принимать $D>D_p$. Для данного примера таким значением может быть D = 32 мм.

Вывод. Замена зубчатой реечной передачи цевочно-реечной позволяет, при соблюдении определенных условий, обеспечить чистое качение элементов высшей кинематической пары (втулки цевки и эвольвентного зуба зубчатого колеса). Применение эвольвентных профилей зубьев сохраняет возможность использования традиционных технологий при изготовлении зубчатого колеса [2].

Библиографический список

1. Тарасов А.В., Александров А.Р., Гарбер В.А., Каверин А.В., Половинкина Н.Б. Особенности геометрии реечной передачи с цевками. /Межвуз. Сб. « Машиностроение и автоматизация производства». Вып. 4. – СПб.: СЗПИ, 1996. – с. 114-121.

2. Каверин А.В., Александров А.Р., Гарбер В.А., Половинкина Н.Б. Особенности профилирования производящего контура для нарезания методом обкатки зубчатого колеса цевочно-реечной передачи. Региональная научно-техническая конференция. Сб. тезисов докладов. – СПб.: СПбГМТУ, 1998.

3. Крагельский И.В., Виноградова И.Э. Коэффициенты трения. – М.: Машгиз, 1962. – 220 с.

4. Левитский Н.И. Методы расчета кулачковых механизмов. – М.: Машгиз, 1954. - 128 с.

Телекова Линара Растямовна, Дияковская Анастасия Владимировна
Telekova Linara Rastyamovna, Diyakovskaya Anastasia Vladimirovna
Студенты Астраханского государственного технического университета, Института нефти и газа, направление «Химическая технология»

УДК 665.666.42

ОБЕССЕРИВАНИЕ ДИЗЕЛЬНОЙ ФРАКЦИИ 180-350°С АСТРАХАНСКОГО ГАЗОВОГО КОНДЕНСАТА МЕТОДАМИ ОКИСЛЕНИЯ И ЭКСТРАКЦИИ

DESULFURIZATION OF DIESEL FRACTION OF 180-350 ° C OF ASTRAKHAN GAS CONDENSATE BY OXIDATION AND EXTRACTION METHODS

Аннотация: Значительный объем сернистых и высокосернистых нефтей и газоконденсата в российских запасах и постоянный рост потребления продуктов их переработки, в которых содержание серы строго регламентировано, делает актуальной задачу поиска новых экономически эффективных технологий снижения содержания общей серы в углеводородном сырье. В последнее время за рубежом и в России большое внимание уделяется разработке методов окислительного обессеривания в качестве альтернативы гидроочистке. В данной статье рассматривается метод окислительного обессеривания дизельной фракции 180-350°С астраханского газового конденсата с последующей экстракцией серосодержащих продуктов окисления.

Abstract: A significant amount of sulfur and high-sulfur oils and gas condensate in Russian reserves and a steady increase in the consumption of their processed products, in which the sulfur content is strictly regulated, makes it urgent to search for new cost-effective technologies to reduce the total sulfur content in hydrocarbon raw materials. Recently, abroad and in Russia, much attention has been paid to the development of methods for oxidative desulfurization as an alternative to hydrotreating. This article discusses the method of oxidative desulfurization of the diesel fraction 180-350°C of Astrakhan gas condensate, followed by extraction of sulfur-containing oxidation products.

Ключевые слова: сера, нефть, газоконденсат, окислительное обессеривание, экстракция.

Keywords: sulfur, oil, gas condensate, oxidative desulfurization, extraction.

Повышение качества дизельных топлив достигается в основном с использованием гидрогенизационных процессов, которые характеризуются рядом недостатков, в том числе большим расходом и высоким парциальным давлением водорода. Альтернативным способом обессеривания высокосернистого углеводородного сырья является окисление сульфидов фракций и выделение из окисленного продукта сульфоксидов избирательными растворителями [3].

В работе объектом исследований была выбрана негидроочищенная дизельная фракция 180-350°С астраханского газового конденсата. В качестве окислителя сернистых соединений использовали перекись водорода. Для интенсификации процесса применяли муравьиную кислоту[1]. В качестве экстрагента сульфоксидов применяли водный раствор изопропилового спирта.

Процесс окисления дизельной фракции проводился на лабораторной установке, схема которой представлена на рис. 1.

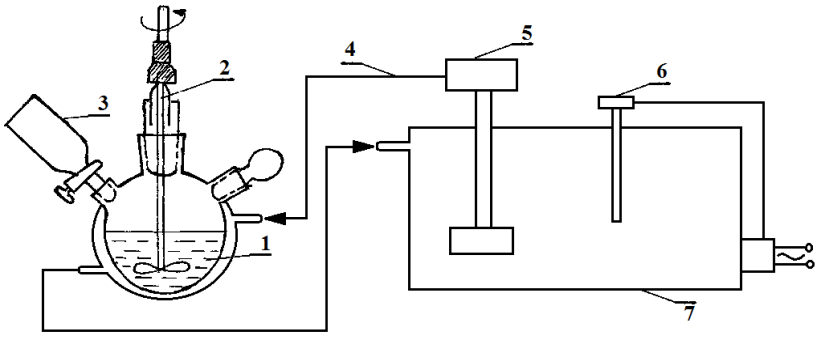


Рис. 1. Лабораторная установка процесса окисления
1 – трёхгорлая колба с рубашкой; 2 – мешалка; 3 – дозирующее устройство; 4 – теплоноситель, вода; 5 – насос; 6 – регулятор температуры; 7 – термостат

При достижении температуры процесса окисления (35°С) в реактор с помощью дозирующего устройства вводили смесь катализатора и окислителя, смесь перемешивали 60 мин. Далее смесь отстаивали в течение 30 мин при температуре окисления для отделения водной фазы. Полученные растворы отбирали в отдельные тарированные колбы и взвешивали их содержимое с точностью до 0,01 г.

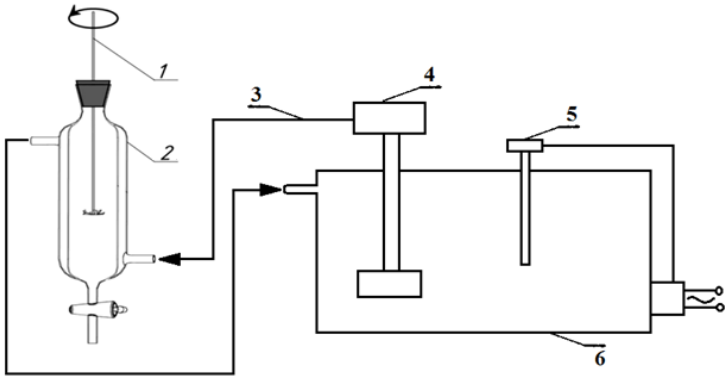


Рис. 2. Лабораторная установка процесса экстракции
1 – мешалка с приводом и гидрозатвором; 2 – экстрактор; 3 – теплоноситель;
4 – насос; 5 – регулятор температуры; 6 – термостат

Процесс экстракции оксидата дизельной фракции проводили на лабораторной установке, представленной на рис. 2. Оксидат и необходимое количество растворителя (по массе) загружали в экстрактор, термостатировали до требуемой температуры экстракции, смесь перемешивали 30 мин. После отстаивания смеси при температуре экстракции сливали сначала экстрактный, а затем рафинатный растворы в отдельные тарированные колбы. Определяли массу растворов, взвешивали содержимое колб с точностью до 0,01 г.

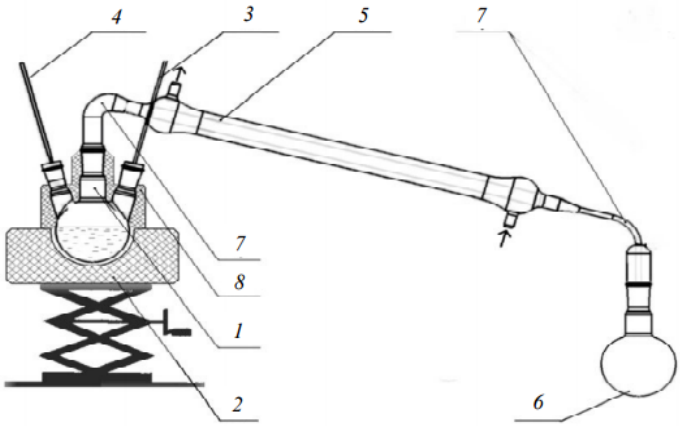


Рис. 3. Лабораторная установка для отгона (регенерации) растворителя
1 - трёхгорлая колба для раствора; 2 - колбонагреватель; 3 - термометр; 4 - трубка для подачи инертного газа; 5 - холодильник; 6 - приёмник; 7 – аллонж; 8 – теплоизоляция

Для проведения процесса регенерации растворителя из рафинатного и экстрактного растворов (рис. 3) в приёмную трёхгорлую колбу заливали соответствующий раствор, включали электрообогрев. После того, как температура в парах достигала температуры кипения растворителя, в колбу пускали инертный газ (азот). Растворитель собирали в приёмник. После отгона приёмник с растворителем взвешивали с точностью до 0,01 г.[1,2]

Данные материального баланса совмещенного процесса окисления и экстракции дизельной фракции представлены в таблице 1

Таблица 1. Материальный баланс совмещенного процесса окисления и экстракции дизельной фракции

Наименование	*Масса, г*	*% масс от сырья*
Стадия окисления		
Взято:		
Сырьё	50,00	100,00
Окислитель, в т.ч.:	18,75	37,50
- пероксид водорода	15,00	30,00
- муравьиная кислота	3,75	7,50
Получено:		
Оксидат	55,17	110,34
Водный раствор	13,58	27,16
Стадия экстракции и регенерации		
Взято:		
Оксидат	55,17	110,34
Растворитель (водный раствор изопропилового спирта)	275,00	550,00
Итого:	330,17	660,34
Получено:		
Рафинатный раствор, в т.ч.		
- рафинат	39,07	78,14
- растворитель	4,18	8,36
Экстрактный раствор, в т.ч.:		
- экстракт	15,91	31,82
- растворитель	269,21	538,42
Потери	1,80	3,60
Итого:	330,17	660,34

Заключение. Данная технология совмещённого процесса окисления и экстракции применима для предварительного обессеривания сернистой среднедистиллятной фракции углеводородного сырья до стадии её окончательной гидроочистки и извлечения сульфоксидов с возможностью их дальнейшего применения в гидрометаллургии.

Библиографический список:

1. Камьянов В. Ф. Окислительное обессеривание углеводородного сырья / В. Ф. Камьянов, П. П. Сивирилов, А. К. Лебедев // Нефтехимия. 1996. Т. 36, № 1. С. 42–46.

2. Камьянов В. Ф. Окислительное обессеривание углеводородного сырья / В. Ф. Камьянов, П. П. Сивирилов, А. К. Лебедев // Нефтехимия. 1996. Т. 36, № 2. С. 127–131.

3. Лебедев Б. Л. Исследование состава и реакционноспособности сернистых соединений в процессе гидрообессеривания дизельных топлив / Б. Л. Лебедев, С. А. Логинов, О. Л. Коган, Е. В. Лобзин, В. М. Капустин, А. И. Луговской, К. Б. Рудяк // Нефтепереработка и нефтехимия. 2001. № 11. С. 62–67.

Жильцов Игорь Борисович
Zhiltcov Igor Borisovich
Доцент, к.т.н. Дмитровского рыбохозяйственного технологического института (филиал), Астраханского государственного технического университета

Першин Глеб Анатольевич, Резепов Дмитрий Игоревич
Pershin Gleb Anatolevich, Roezepov Dmitry Igorevich
Студенты Дмитровского рыбохозяйственного технологического института (филиал), Астраханского государственного технического университета, направление подготовки 16.03.03 «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения»

УДК 621.56

МОНОБЛОЧНАЯ ХОЛОДИЛЬНАЯ МАШИНА С ФИЛЬТРУЮЩИМ ЭЛЕМЕНТОМ ВМЕСТО ДРОССЕЛЯ

MONOBLOCK REFRIGERATION MACHINE WITH FILTER ELEMENT INSTEAD OF THROTTLE

Аннотация: Новая конструкция холодильной машины для замораживания, охлаждения и транспортировки продуктов с элементами без соединяющих трубопроводов, с пористой перегородкой между конденсатором и испарителем.

Annotation: The new design of the refrigeration machine for freezing, cooling and transporting products with elements without connecting pipelines with a porous partition between the condenser and the evaporator.

Ключевые слова: холодильный агрегат, компрессор, испаритель, дросселирующее устройство, фильтр.

Keywords: refrigeration unit, compressor, evaporator, throttling device, filter.

Для холодильного консервирования продуктов в быту, торговле, на транспорте, а также в системах кондиционирования воздуха используют машины, работающие по принципу паро-компрессорного получения холода (ПКХМ). Такие машины в виде агрегатов, собранных в заводских условиях зарубежья или на месте применения по традиционным технологиям, путем соединения отдельных элементов (компрессора, конденсатора, испарителя, дроссельных регуляторов и др.) трубопроводами с помощью пайки (сварки) или резьбовых соединений [1]. Именно в этих соединениях чаще всего происходит разгерметизация системы и, впоследствии, выход из строя, а хладагент, попадая в окружающую среду, наносит ущерб экологии.

При этом, следует учитывать, что холодильные установки, применяемые для охлаждения, замораживания и транспортировки продуктов характеризуются эпизодичностью использования по времени года и местам заготовки сырья. Для повышения эффективности такие установки должны быть мобильны и сохранять герметичность и работоспособность при перемещении с одного объекта заготовки на другой.

Предлагаемая моноблочная холодильная машина (рис.1) отличается от традиционных простотой монтажа, дешевизной и, главное – практически исключает утечку холодильного агента при специфичных условиях эксплуатации. Отличие заключается в конструктивном совмещении всех элементов в одном общем корпусе 1 и отсутствии трубных соединений между элементами. Конденсатор 4 и испаритель 5 разделены пористой перегородкой 6, выполняющей функцию дросселирующего устройства.

Совместное расположение испарителя и конденсатора, разделенных перегородкой, делает данную ХМ компактной и позволяет, в случае необходимости, без демонтажа и потери работоспособности переносить ХМ с одного потребителя холода на другой. Перегородка является как тепловым, так и гидравлическим сопротивлением между зонами конденсации и испарения хладагента, а так же способствует саморегулированию в холодильной машине [4, стр.111]. Открытые поры перегородки выполняют дросселирующую функцию и функцию фильтра.

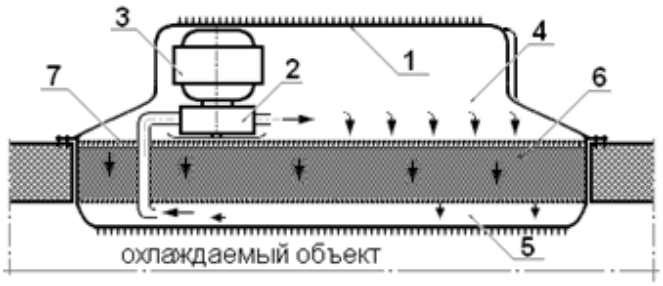


Рис.1. Моноблочная холодильная машина:
1 – герметичный корпус; 2 – компрессор; 3 – электродвигатель; 4 – конденсатор; 5 - испаритель; 6 – пористая перегородка; 7 – прочностной пористый слой.

Пар холодильного агента сжимается в компрессоре и нагнетается в зону конденсации. В результате снижения скорости пара и охлаждения в конденсаторе происходит частичное маслоотделение. Масло стекает в масляный карман под компрессором и повторно используется. Хладагент после охлаждения конденсируется и в жидком состоянии, под разностью давлений конденсации и кипения дросселируется сквозь поры в испарительную полость, при этом частично испаряется, охлаждая теплоизоляционную перегородку. В нижней части испарителя хладагент кипит, а образуемый пар отсасывается компрессором.

В качестве пористой перегородки предлагаются фильтрующие элементы из оксидной керамики (муллит, кварц, корунд, окись циркония и др.), технология изготовления которых любых форм в настоящее время достаточно разработана [2]. В частности, ДонГТУ предлагает керамические мембранные фильтрующие элементы с градиентной микронанопористой структурой в виде слоев из микропористых подложек в интервале пористости 30÷60 % с размерами пор 0,4÷100 мкм и нанесение на них сплошных микропористых мембранных слоёв на основе оксидов алюминия и циркония толщиной 20÷60 мкм со средними размерами пор ~ 30÷300 нм [3]. Предполагаемый коэффициент теплопроводности λ= 0,08÷ 0,10 Вт/(м·К).

Недостаток керамических фильтрующих элементов – малая прочность для противодействия перепаду давлений конденсации и кипения – компенсируется дополнительным пористым слоем (поз.7, рис.1), выполненным из модифицированного карбида титана, с пределом прочности при сжатии (на разрыв) 30 (8,0) мПа [4]. Так же для этого, благодаря высокой механической прочности, могут использоваться пенокерамические (Al_20_3, $Si0_2$) фильтры VUKOPOR, с пределом прочности при сжатии не менее 1,0 Мпа; Опорной поверхностью фильтра служит площадь на расстоянии 3 - 5 мм от его краев, а допустимый температурный диапазон позволяет выполнить сварной шов корпуса моноблока с размещенной внутри пористой перегородкой.

В ДРТИ на кафедре «Холодильные установки» выполнен проект моноблочной холодильной машины (на базе компрессора С-КО160 (ЗАО «АТЛАНТ»), в котором особое внимание уделено аналитическому исследованию дроссельной перегородки.

При расчете толщины перегородки способной обеспечить разность температур и давлений конденсации и кипения использованы следующие рассуждения. Температурное поле в перегородке формируется в результате теплового потока:

$$Q = Q_к + Q_ж - Q_п ,$$

где $Q_к$ – количество тепла, проникающего в перегородку и результате теплопроводности;

$Q_ж$ – количество тепла, проникающего в перегородку из зоны конденсации с жидким хладагентом (рассматривается как внутренний источник тепла);

$Q_п$– количество тепла, в результате частичного парообразования хладагента при дросселировании (рассматривается как внутренний источник холода).

Согласно закону Фурье, количество передаваемого тепла пропорционально падению температуры, времени и площади поперечного сечения, перпендикулярного направлению распространения тепла, т.е.

$$dQ_к = -\lambda \frac{dT}{dn} \cdot dF \cdot d\tau, \quad (1)$$

Учитывая слабую зависимость коэффициента теплопроводности от температуры в заданном интервале температур, можно представить распределение температур – одномерным уравнением Лапласа [4]:

$$\frac{d^2T}{dn^2} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{dT}{dn} = \lambda. \quad (2)$$

Решение этого уравнения:

$$T = T_к - \frac{T_к - T_о}{\delta} \cdot n \quad (3)$$

использовано для построения графика рис.2 (линия 1) и определения теплового потока $Q_к = \frac{\lambda}{\delta} F(T_к - T_о)$. При этом было принято:

n – глубина проникновения тепла;

$T_к$ – температура поверхности перегородки со стороны конденсатора (при δ = 150 мм);

$T_о$ – температура поверхности перегородки со стороны испарителя (при δ = 0)

Тепло, выделяемое в единицу времени протекающей сквозь перегородку жидкостью на участке пути dn, определяется по формуле [4]:

$$dQ_ж = qdV = qFdn = c_ж GFdTd\tau\,. \quad (4)$$

где q – удельная теплота, поглощаемая единицей объема в единицу времени, Дж/(м^{3}с);

$c_ж$ – теплоемкость жидкого хладагента, Дж/(кг·К);

G – удельная эксфильтрация плоской стенки, кг/(м^{2}с).

Это тепло поглощается массой М перегородки, вызывая дополнительное повышение ее температуры:

$$dQ_ж = c_п M dT \quad (5)$$

где М – масса перегородки, кг;

$c_п$ – теплоемкость материала перегородки, Дж/(кг·К);

С учетом фильтрации дифференциальное уравнение Пуассона, описывающее явление теплопроводности, примет вид:

$$\frac{d^2T}{dn^2} + \frac{cGdT}{\lambda dn} = 0 \quad (6)$$

а распределение температур (рис.2, линия 2) рассчитано по формуле:

$$T = T_к - \frac{T_к - T_о}{1 - e^{-cG\frac{\delta}{\lambda}}}\left(1 - e^{-cG\frac{n}{\lambda}}\right);$$

Теплоприток от частичного испарения при дросселировании (отрицательный внутренний источник тепла) определен по формуле:

$$dQ_п = G'd(1-x)\cdot dr\cdot d\tau, \text{ Дж} \quad (7)$$

r – теплота парообразования, разность энтальпий насыщенного пара и жидкости при одинаковой температуре, Дж/кг;

x – степень сухости пара;

G' – скорость эксфильтрации, кг/с.

В формуле (7) теплота парообразования и степень сухости зависят от разности температур конденсации и кипения. Для упрощения расчетов эта зависимость была принята линейной:

$$dx = \alpha dT;\ \ dr = \beta dT\,, \quad (8)$$

где α и β – коэффициенты, оценивающие линейную зависимость от температур – определении по термодинамическим таблицам (диаграммам) для R134a.

с учетом этого:

$$dQ_г = G'\alpha\beta dTd\tau \quad (9)$$

Суммарное решение уравнений (4) и (9) относительно температуры позволяет определить распределение температур в пористой перегородке при дросселировании хладагента (рис.2), а также фактический коэффициент теплопроводности пористой перегородки в условиях дросселирования.

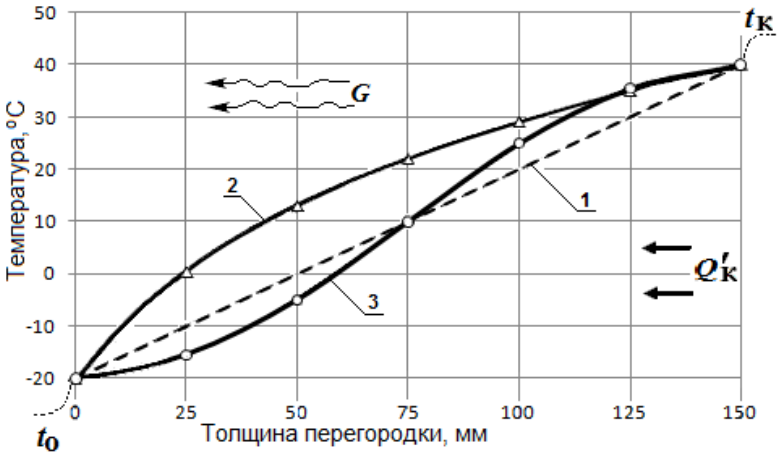


Рис.2. Распределение температуры по толщине пористой перегородки:
1 – без учета фильтрации; 2 – без учета фазового изменения;
3 – с учетом испарения жидкости

При расчетах толщины учитывался коэффициент проницаемости дроссельной перегородки (кг/(м·с·Па)), в соответствии с массовой производительностью компрессора марки С-КО160 при различных температурных режимах. Анализ многовариантных расчетов дроссельной перегородки показал, что система конденсатор-дроссель-испаритель обладает свойством саморегулирования [5, стр. 95-117], что позволяет отказаться от сложных средств автоматизации. Проведенный обзор литературных и патентных источников показал, что предлагаемая конструкция моноблочной холодильной машины способна конкурировать с существующими отечественными и импортными аналогами.

Библиографический список:

1. Зеликовский И.Х., Каплан Л.Г. Малые холодильные машины и установки: Справочник. – 3-е изд., - М.: Агропромиздат,1989. С. 259-296.

2. Комоликов Ю.И. Технология керамических микро- и ультра фильтрационных мембран (обзор) / Ю.И.Комоликов, Л.Л.Благинина // Огнеупоры. – 2002 – № 5.– стр. 20-28.

3. Витязь П.А., Прохоров О.А., Шелехина В.М., Пилиневич Л.П. Технология изготовления керамических мембранных фильтров с градиентной микро- и нанопористой структурой. Вестник ДГТУ, 2008 т.8. №1(36), стр.37-42.

4. Фокин В.М., Бойков Г.П., Видин Ю.В.Основы технической теплофизики: Монография. –М.: «Издательство Машиностроение-1»,2004. 172 с.

5. Жильцов И.Б. Автоматизация холодильных установок/ Уч. пособие. – Астрахань: изд. АГТУ, 2010. 300 с.

Адиров Толлибой Хасанович
Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики факультет программный инжиниринг
Ташкентский университет информационных технологии
имени Мухаммада аль-Хоразмий
E-mail: t.adirov@mail.ru

Adirov Tolliboy Xasanovich
Doctor of fhilosophy in physics and mathematics, docent

УДК 519.2

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ХИЛЛОВСКОГО ТИПА ДЛЯ ПАРАМЕТРА ОБОБЩЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА

ASYMPTOTIC ANALYSIS OF HILL'S TYPE ESTIMATOR OF THE PARAMETERS OF THE GENERALIZED WEIBULL'S DISTRIBUTION

Аннотация: В работе рассмотрим обобщенная функция распределения Вейбулла

$$F(x)\in R_\alpha=\left\{F(x):1-F(x)=\exp\left(-x^{1/\alpha}L(x)\right),\ x\ge x_0>0\right\},\ \alpha>0$$

где $L(x)$ медленно меняющаеся функция. В статье используя порядковые статистики построено статистическая оценка для неизвестного параметра α и изучено некоторые асимптотические свойства этой оценки.

Summary. We consider generalized Weibull's distribution function

$$F(x)\in R_\alpha=\left\{F(x):1-F(x)=\exp\left(-x^{1/\alpha}L(x)\right),\ x\ge x_0>0\right\},\ \alpha>0,$$

where $L(x)$ is slowly a varying function. In the paper an estimator of parameter α has been constructed, using only a part order statistics, and some asymptotic properties of the estimator are studied.

Ключевые слова: Порядковые статистики; Оценка параметра; Медленно меняющаеся функция.

Key words: Order statistics; Parameter estimation; Slowly a varying function

§1.Введение

Пусть $X_1, X_2, ...X_n$ - независимые одинаково распределенные неотрицательные случайные величины (с. в) с функцией распределения (ф.р) $F(x)$, а $X_n^{(1)}, X_n^{(2)}, ...X_n^{(n)}$ - соответствующие порядковые статистики расположенные в порядке убывания, т.е. $X_n^{(1)}\ge X_n^{(2)}\ge .....\ge X_n^{(n)}$.

Рассмотрим следующие классы ф.р. $F(x)$, заданных на $[0;\infty)$;

$$H_\alpha=\left\{F(x):1-F(x)=x^{\frac{1}{\alpha}}L(x), x\ge x_0>0\right\},$$

$$R_\alpha=\left\{F(x):1-F(x)=\exp(-x^{\frac{1}{\alpha}}L(x)),\ x\ge x_0>0\right\},\ \text{где } 0<\alpha<\infty,$$

$F(0)=0$, $L(x)-$ медленно меняющаяся функция (м.м.ф) в смысле Карамата и $L(x)>0$.

Заметим, что классы H_α и R_α не пересекаются. Интерес к рассмотрению этих классов возник ещё в начале 60-х годов в связи с построением теории больших уклонений специального типа для сумм независимых с. в. и они подробно исследовались в работах С.В. Нагаева, А.В. Нагаева, Л.В. Кима и их учеников $[1-3]$.

В настоящей работе эти классы будут изучены при построении статистических оценок для параметра α, входящего в определение R_α и H_α.

Первая работа по построению статистических оценок для параметра α из класса H_α была опубликовано В. Хиллом $[4]$ для частного случая, когда $L(x)=const$. В этой же работе им была предложена следующая оценка:

$$H_{k,n}=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} i\log\left(\frac{X_n^{(i)}}{X_n^{(i+1)}}\right),\ 1\le k\le n,\quad n>1\ . \qquad (1)$$

Дальнейшие продолжения результатов В. Хилла содержатся в работах Е. Хайслера и И. А. Тойгельса $[5]$, П. Холла и А.Н. Велша $[6]$, Ш. Чёрге, Р. Дехейвельса и Д. Масона $[7]$ и др., в которых доказано, что статистика (1) является состоятельной и асимптотически нормальной оценкой α класса H_α для любой м.м. ф. $L(x)$.

Вопрос оценивания параметра α в условиях класса R_α оставался мало изученным. В этом плане отметим лишь результаты анонсированных в работах $[8-10]$. В $[8,9]$ для параметра α из класса R_α предложена следующая оценка Хилловского типа.

$$H_{k,n}=\left(\frac{1}{k}\right)\sum_{i=1}^{k} i\log\left(\frac{n}{i}\right)\log\left(\frac{X_n^{(i)}}{X_n^{(i+1)}}\right),1\le k\le n,n>1. \qquad (2)$$

где положена $X_n^{(n+1)}=0$ п.н.

Настоящая работа, которая в идейном отношении близка к (4), посвящена детальному асимптотическому анализу распределения $\alpha_{k,n}$.

При этом основное внимание будет направлено нахождению допольнительных условий на распределение и рост k, гарантирующих справедливость центральной предельной теоремы для $\alpha_{k,n}$.

§2.Формулировка основных результатов

В дальнейшем будем считать, что ф.р. $F(x)$ строго возрастает, непрерывно дифференцируема, а м.м.ф. $L(x)$ допускает представление

$$L(x)=c\exp\left(\int_a^x \frac{b(t)}{t}dt\right), \qquad (3)$$

где c и a некоторые положительные постоянные, $b(t)\to 0$ при $t\to\infty$. Иными словами, мы предполагаем , что исходное распределение абсолютно непререрывно с плотностью

$$f(x)=F'(x)=\frac{1}{\alpha}x^{1/\alpha-1}L(x)\exp(-x^{1/\alpha}L(x)),\quad x\to\infty.$$

Далее, если $L(x)\in R_\alpha$, то полагая

$$\alpha(F,Z)=\frac{1}{1-F(z)}\int_z^\infty \frac{1-F(x)}{x}\log\frac{1}{1-F(x)}dx$$

при $z \to \infty$, нетрудно убедиться, что $\alpha(F,Z) \to \alpha$. Этот факт наводит на мысль, в какой форме надо искать оценку для параметра α .В силу этих соображений легко подсчитать, что

$$\alpha_{k,n} = \left(\frac{1}{k}\right)\sum_{i=1}^{k} i \log\frac{n}{k}\log\left(X_n^{(i)} \Big/ X_n^{(i+1)}\right)$$

Которую объявим оценкой для неизвестного параметра. В статье изучено асимптотическое поведение распределения $\alpha_{k,n}$ при $n \to \infty$, как при фиксированных, так и при растущих вместе с n значениях k.

Основным результатом настоящей статьи является следующая

Теорема 1. Пусть $b(x) \downarrow 0$ при $x \to \infty$. Если последовательность $k = k(n)$ такова, что $k \to \infty,\ n \to \infty$ и для некоторого $\delta \in (0,1)$ $\sqrt{k}b(\delta \log(n/k)) \to 0$, при $n \to \infty$, то

$$\alpha^{-1}\sqrt{k}(\alpha_{k,n} - \alpha) \overset{d}{\Rightarrow} N(0,1),$$

где $N(0,1)$ - с.в., имеющая стандартное распределение, а знак $\overset{d}{\Rightarrow}$ означает сходимость по распределению.

Отметим любопытный факт, показывающий, что если процедура наблюдений такова, что с ростом n величина k остается фиксированной, то справедлива следующая

Теорема 2. Для любого фиксированного $k \in N$ при $n \to \infty$

$$\alpha_{k,n} \overset{d}{\Rightarrow} \Gamma_{\alpha^{-1}k,k}$$

где $\Gamma_{\theta,\lambda}$ - с.в., имеющая гамма распределения с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\theta^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)} x^{\lambda-1} e^{-\theta x}, & если\ \ x > 0 \\ 0, & если\ x \le 0 \end{cases}$$

$$\Gamma(\lambda) = \int_0^{\infty} x^{\lambda-1} e^{-x} dx$$

Далее введем обозначения $T_i = \dfrac{i}{\alpha}\log(n/i)\log\left(X_n^{(i)} \Big/ X_n^{(i+1)}\right),\ i = \overline{1,k}$

$$T = (T_1, \ldots\ldots\ldots, T_k),\ S(T) = \left(\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} T_i\right)^{-2} \sum_{i=1}^{k} T_i^2,$$

$$L_1(x) = \frac{1}{L\left(F^{-1}(1-e^{-x})\right)},\ g(x) = \frac{xL_1'(x)}{L_1(x)}.$$

Пусть $Z_1, \ldots\ldots\ldots Z_k$ – независимые одинаково распределенные по стандартному экспоненциальному закону с. в. $Z = (Z_1, \ldots\ldots\ldots Z_k)$.

Тогда имеет место следующая

Теорема 3.

I. При $k \to \infty$

$$\left(4k\right)^{-1/2}\left(S(Z)-2k\right)\overset{d}{\Rightarrow}N(0,1).$$

II. Пусть $g(x+\varepsilon x)=\mathrm{O}(g(x)),\ \forall\varepsilon\in(0,1).$ Если последовательность $k=k(n)$ такова, что $k=o(n)$ и $\frac{1}{\sqrt{k}}\sum_{i=1}^{k}g(\log\frac{n}{i})\to 0\ при\ n\to\infty$, то

$$S(T)\overset{d}{=}S(Z)+o_p(\sqrt{k}).$$

Здесь $\xi\overset{d}{=}\eta$ означает, что $\xi\ \ и\ \ \eta$ совпадают по распределению, а $\xi_n=o_p(\eta_n)$ понимается как $\xi_n/\eta_n\overset{p}{\to}0,\ n\to\infty$.

§ 3. Доказательство теорем.

Для удобства сначала приведем доказательство теоремы 2.

Полагая $1-F(x)=t$ (при истинном значение α) имеем $x=F^{1}(1-t).$ Отсюда

$$1-F_n(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}I\left\{1-F\left(X_i\right)\le t\right\}.$$

Положим $U_i=1-F\left(X_i\right),i=\overline{1,n}$ Легко понять, что с. в. $U_1\ \ldots,\ U_n$ независимы, одинаково распределены по равномерному закону в отрезке [0;1]. Далее пусть $U_n^{(1)},...,U_n^{(n)}$ – порядковые статистики, порожденные с.в. $U_1,\ldots,U_n$ расположенные в порядке убывания, т.е. $U_n^{(1)}\ge U_n^{(2)}\ge\ldots\ge U_n^{(n)}$, где $U_n^{(n-k+1)}=1-F\left(X_n^{(k)}\right),k=\overline{1,n}.$

Обозначим через $G_n(x)$ эмпирическую ф.р., соответствующую $U_1\ \ldots,\ U_n$ Нетрудно проверить, что оценка (2) в этой ситуации имеет вид:

$$a_{k,n}=-\frac{n}{k}\int_{U_n^{(n)}}^{U_n^{(n-k)}}G_n(t)\log\left(\frac{1}{G_n(t)}\right)d\log F^{-1}(1-t). \qquad (4)$$

Далее, для всех $x\ge x_0$ положим

$$R_1(x)=\log\left(1/\left(1-F(x)\right)\right)=x^{1/a}\ L(x),$$

тогда легко понять, что обратная к $R_1(x)$ функция имеет следующий вид

$R_2(x)=x^{\alpha}L^{*}(x),\qquad где\quad L^{*}(x)=(L_1(x))^{\alpha}.$

Следовательно, $x=R_2(R_1(x))=(log1/(1-F(x)))^{a}L\ (log1/(1-F(x)).$

Или же, что эквивалентно.

$$F^{(-1)}(1-t)=(log1/t)^{a}L\ (log1/t). \qquad (5)$$

В силу (4) и (5) имеем

$$a_{(k,n)} \overset{d}{=} \frac{\alpha n}{k} \int\limits_{U_n^{(n)}}^{U_n^{(n-k)}} G_n(t) log(1/G_n(t)) dloglog(1/t) -$$
$$-\frac{n}{k} \int\limits_{U_n^{(n)}}^{U_n^{(n-k)}} G_n(t) log(1/(G_n(t))) dlogL^*(log(1/t)) = \alpha Y_{(k,n)} - R_{(k,n)}. \quad (6)$$

Исследуем асимптотические поведения с.в. $Y_{k,n}$ и $R_{k,n}$ при $n \to \infty$ Полагая $Z_n^{(k)} = \log(1/U_n^{(n-k+1)}$, легко подсчитать, что

$$Y_{k,n} \overset{d}{=} \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} i \log \frac{n}{i} \log(1 + \frac{Z_n^{(i)} - Z_n^{(i+1)}}{Z_n^{(i+1)}}). \quad (7)$$

Рассмотрим отношение $\left(Z_n^{(i)} - Z_n^{(i+1)} \right) / Z_n^{(i+1)}$.

Учитывая, что $Z_i = log \frac{1}{U_i}$, $i = \overline{1,n}$ распределены по экспоненциальному закону, получаем

$$i(Z_n^{(i)} - Z_n^{(i+1)}) \overset{d}{=} e_i, \ i = \overline{1,n} \ , \left(Z_n^{(n+1)} = 0 \ п.н. \right),$$

$$Z_n^{(i)} \overset{d}{=} \sum_{j=i}^{n} \frac{e_j}{j},$$

где $e_1, e_2, \ldots, e_n$ - независимые, одинаково распределенные с. в., имеющие то же распределение, что и Z_1 Отсюда

$$Z_n^{(i)} - Z_n^{(i+1)} = O_p\left(\frac{1}{i}\right) \quad (8)$$

Далее нетрудно усмотреть, что $EZ_n^{(i+1)} = log \frac{n}{i} + O(\frac{1}{i}), \quad DZ_n^{(i+1)} = O\left(\frac{1}{i}\right)$.

В силу этих соображения

$$Z_n^{(i+1)} = log \frac{n}{i} + O_p\left(\frac{1}{\sqrt{i}}\right). \quad (9)$$

Следовательно, это соотношение вместе с представлением (7) дает

$$Y_{k,n} \overset{d}{=} \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} i log \frac{n}{i} \left(\frac{Z_n^{(i)} - Z_n^{(i+1)}}{Z_n^{(i+1)}} \right) + O_p\left(\frac{1}{k}\right) \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i log \frac{n}{i}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} e_i + O_p\left(\frac{1}{\sqrt{k} log \frac{n}{k}} \right) \quad (10)$$

Отсюда следует, что $Y_{k,n} \overset{d}{\Rightarrow} \Gamma_{\alpha^{-1} k, k}$.

Для завершения доказательства теоремы 2 остается показать, что в соотношение (6) $R_{k,n} \to 0$ при $n \to \infty$. Нам понадобится следующая

Лемма 1. Пусть $S = F^{-1}\left(1 - e^{-x}\right)$, тогда

$$xL^{*\prime}(x)/L^{*}(x)=O(b(s)),\ x\to\infty.$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. В силу представления (3) и определения $L_1(x)$ и L^* имеем.

$$\frac{xL^{*\prime}(x)}{L^{*}(x)}=\alpha\frac{xL_1^{'}(x)}{L_1(x)}=-ax\frac{d}{dx}\left(\int_a^{F^{-1}(1-e^{-x})}\frac{b(t)}{t}dt\right)=-x\frac{b\left(F^{-1}(1-e^{-x})\right)}{F^{-1}(1-e^{-x})}\cdot\frac{e^{-x}}{f\left(F^{-1}(1-e^{-x})\right)}=$$

$$=\frac{b(s)}{s}*\frac{(1-F(s))(-\log(1-F(s)))}{f(s)}=O(b(s)).$$

Лемма 1 доказана.

Далее, для некоторого $\delta\grave{o}(0;1)$ и любого $\varepsilon\grave{o}\left(0;\frac{1}{\delta}\right)$ рассмотрим следующие события

$$A_{\varepsilon,\delta}(\omega)=\left\{\omega:\varepsilon\frac{i}{n}<U_n^{(n-i+1)}<\left(\frac{i}{n+1}\right)^{1-\delta},i=\overline{1,k+1}\right\},$$

$$A_{i,\varepsilon}^{(1)}(\omega)=\left\{\omega:U_n^{(n-i+1)}\le\varepsilon\frac{i}{n}\right\},A_{i,\delta}^{(2)}(\omega)=\left\{w:U_n^{(n-i+1)}>\left(\frac{i}{n+1}\right)^{1-\delta}\right\}.$$

Тогда

$$\overline{A_{\varepsilon,\delta}(\omega)}=\bigcup_{i=1}^{k+1}(A_{i,\varepsilon}^{(1)}(\omega)\cup A_{i,\delta}^{(2)}(\omega))$$

Учитывая неравенство $m!\ge m^m e^{-m}$ нетрудно видеть, что

$$P\left\{A_{i,\varepsilon}^{(1)}(\omega)\right\}=P\left\{U_n^{(n-i+1)}\le\varepsilon\frac{i}{n}\right\}\le\sum_{j=i}^{n}C_n^jP^j\left(U_1\le\varepsilon\frac{i}{n}\right)\le\sum_{j=i}^{n}\frac{e^j i^j}{j!}\le$$

$$\le\sum_{j=i}^{n}\frac{e^j i^j}{j^j e^{-j}}\le\sum_{j=i}^{n}(\varepsilon e)^j\le c(\varepsilon e)^j.$$

Отсюда

$$\sum_{j=1}^{k}P\left\{A_{i,\varepsilon}^{(1)}(\omega)\right\}\le c\varepsilon \qquad (11)$$

Далее имеем

$$P\left\{A_{i,\delta}^{(2)}(\omega)\right\}=P\left\{U_n^{(n-i+1)}\ge\left(\frac{i}{n+1}\right)^{1-\delta}\right\}\le P\left\{\left|U_n^{(n-i+1)}-\frac{i}{n+1}\right|\ge\frac{i}{n+1}\left(\left(\frac{i}{n+1}\right)^{-\delta}-1\right)\right\}$$

$$\le\frac{ci}{n^2\left(\frac{i}{n+1}\left(\left(\frac{i}{n+1}\right)^{-\delta}-1\right)\right)^2}\le c\frac{i^{2\delta-1}}{n^{2\delta}}$$

Отсюда

$$\sum_{i=1}^{k}P\left\{A_{i,\delta}^{(2)}(\omega)\right\}\le\frac{c}{n^{2\delta}}\sum_{i=1}^{k}i^{2\delta-1}\le c(\frac{k}{n})^{2\delta} \qquad (12)$$

Следовательно, из неравенства

$$P\left\{\overline{A_{\varepsilon,\delta}(\omega)}\right\} \le \sum_{j=1}^{k} P\left\{A_{i,\varepsilon}^{(1)}(\omega)\right\} + \sum_{i=1}^{k} P\left\{A_{i,\delta}^{(2)}(\omega)\right\}$$

из соотношения (11), (12) в силу произвольности ε имеем

$$P\left\{\overline{A_{\varepsilon,\delta}(\omega)}\right\} \to 0 \qquad (13)$$

Теперь из представления

$$P\left\{\left|R_{k,n}\right| > \varepsilon^*\right\} = P\left\{\left|R_{k,n}\right| > \varepsilon^*, A_{\varepsilon,\delta}(\omega)\right\} + P\left\{\left|R_{k,n}\right| > \varepsilon^*, \overline{A_{\varepsilon,\delta}(\omega)}\right\}$$

и в силу (13) для $R_{k,n} \xrightarrow{p} 0$ достаточно показать, что

$$P\left\{\left|R_{k,n}\right| > \varepsilon^*, A_{\varepsilon,\delta}(\omega)\right\} \to 0. \qquad (14)$$

Далее, при $\omega \in A_{\varepsilon,\delta}(\omega)$ имеем

$$\left|R_{k,n}\right| = \frac{n}{k}\left|\int_{U_n^{(n)}}^{U_n^{(n-k)}} G_n(x) log \frac{1}{G_n(x)} d\log L^*\left(log\frac{1}{x}\right)\right| \le$$

$$\le \frac{n}{k}\sum_{m=0}^{k-1}\int_{U_n^{(n-m)}}^{U_n^{(n-m-1)}} \frac{m+1}{n} log\frac{n}{m+1}\left|d\ \log L^*\left(log\frac{1}{x}\right)\right| \le$$

$$\le \frac{n}{\varepsilon k(1-\delta)}\sum_{m=0}^{k-1}\int_{U_n^{(n-m)}}^{U_n^{(n-m-1)}} U_n^{(n-m)} log\left(\frac{n}{m+1}\right)^{1-\delta}\left|d\log L^*\left(log\frac{1}{x}\right)\right| \le$$

$$\le \frac{cn}{\varepsilon k(1-\delta)}\sum_{m=0}^{k-1}\int_{U_n^{(n-m)}}^{U_n^{(n-m-1)}} U_n^{(n-m)} log\frac{1}{U_n^{(n-m-1)}}\left|d\log L^*\left(log\frac{1}{x}\right)\right| \le$$

$$\le \frac{cn}{\varepsilon k}\int_{U_n^{(n)}}^{U_n^{(n-k)}} x log\frac{1}{x}\left|d\log L^*\left(log\frac{1}{x}\right)\right| \le \frac{cn}{\varepsilon k}\int_{U_n^{(n)}}^{U_n^{(n-k)}}\left|log\frac{1}{x}\cdot\frac{L^{*\prime}\left(log\frac{1}{x}\right)}{L^*\left(log\frac{1}{x}\right)}\right| dx.$$

Отсюда, полагая $b_n^*(k) = \sup\limits_{U_n^{(n)} \le x \le U_n^{(n-k)}}\left|b\left(log\frac{1}{x}\right)\right|$,

с учетом леммы 1 имеем

$$\left|R_{k,n}\right| \le \frac{cn}{\varepsilon k} b_n^*(k) U_n^{(n-k)} \le c b_n^*(k) \text{ п.н.} \qquad (15)$$

Ввиду того, что $U_n^{(n-k)} \xrightarrow{п.н.} 0$ при $n \to \infty$, получаем

$b_n^*(k) \xrightarrow{п.н.} 0$.

Последнее соотношение вместе (15) доказывает (14).

Теорема 2 доказана.

Д о к а з а т е л ь с т в о т е о р е м ы 1. В силу представления (6) и (10) имеем

$$\sqrt{k}\left(\alpha_{k,n}-\alpha\right)=\alpha\sqrt{k}Y_{k,n}-\sqrt{k}R_{k,n}-\sqrt{k}\alpha=\frac{\alpha}{\sqrt{k}}\sum_{i=1}^{k}\left(e_i-1\right)-\sqrt{k}R_{k,n}+$$

$$+O_p\left(\frac{1}{log\frac{n}{k}}\right). \qquad (16)$$

Проследив за ходом доказательство теоремы 2, получаем, что при $\omega\grave{o}\,\overline{A_{\varepsilon\delta}(\omega)}$, $\sqrt{k}\ R_{k,n}\xrightarrow{p}0$ В силу условий теоремы при $\omega\grave{o}\,A_{\varepsilon,\delta}$ из соотношения (15) имеем

$$\sqrt{k}\left|R_{k,n}\right|\le\sqrt{k}\,b_n^*(k)\le\sqrt{k}\,b\left(log\frac{1}{U_n^{(n-k)}}\right)\le\sqrt{k}\,b\left(log\left(\frac{n+1}{k+1}\right)^{1-\delta}\right)\le\sqrt{k}\,b\left((1-\delta)log\frac{n}{k}\right)\to 0$$

Теорема 1 доказана.

Д о к а з а т е л ь с т в о т е о р е м а 3. Положим

$$T(k)=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}T_i,\quad \xi_k=\frac{1}{\sqrt{k}}\sum_{i=1}^{k}\left(T_i^2-2\right),\quad \eta_k=\frac{1}{\sqrt{k}}\sum_{i=1}^{k}\left(T_i-1\right).\quad k=1,2\ldots.$$

Тогда нетрудно проверить, что

$$\frac{S(T)-2k}{\sqrt{k}}\xrightarrow{d}\frac{1}{T^2(k)}(\xi_k-2\eta_k\left(T(k)+1\right)). \qquad (17)$$

Поскольку при $k\to\infty$, $\eta_k\xrightarrow{d}N(0;1)$, то

$$T(k)=\frac{1}{\sqrt{k}}\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\sum_{i=1}^{k}\left(T_i-1\right)\right)+1=1+O_p\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right).$$

Следовательно, отсюда и из (17) имеем

$$\frac{S(T)-2k}{\sqrt{k}}\xrightarrow{d}\xi_k-4\eta_k+O_p\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right). \qquad (18)$$

Далее, поскольку $\xi_k\xrightarrow{d}N(0;20)$ при $k\to\infty$, и $\xi_k-4\eta_k=\dfrac{\sum_{i=1}^{k}(T_i^2-4T_i+2)}{\sqrt{k}}$,

то $\xi_k-4\eta_k\xrightarrow{d}N\left(o;\sigma^2\right)$, где $\sigma^2=D\left(T_i^2-4T_i\right)=4$, так как $E\left(T_i^2-4T_i\right)=-2$.

Отсюда и из соотношения (18) вытекает доказательство утверждения 1 теоремы 3.

Переходим к доказательству второй части теоремы 3. Пусть $__U_i,\quad i=\overline{1,n}$ – независимые, одинаково распределенные с.в. по равномерному закону на [0;1]. Тогда нетрудно понять, что

$$X_n^{(i)} \overset{d}{=} \left(log \frac{1}{U_n^{(n-i+1)}} \right)^{\alpha} L_1\left(\frac{1}{U_n^{(n-i+1)}} \right),$$

$$T_i \overset{d}{=} i\, log \frac{n}{i} log \frac{log \frac{1}{U_n^{(n-i+1)}}}{log \frac{1}{U_n^{(n-i)}}} + \frac{i}{\alpha} log \frac{n}{i} \frac{L_1\left(log \frac{1}{U_n^{(n-i+1)}} \right)}{L_1\left(log \frac{1}{U_n^{(n-i1}} \right)}.$$

Как и в доказательство теоремы 2 полагая $Z_n^{(k)} = log \frac{1}{U_n^{(n-i+1)}}$ имеем

$$T_i \overset{d}{=} i \log \frac{n}{i} log \frac{Z_n^{(i)}}{Z_n^{(i+1)}} + \frac{i}{\alpha} log \frac{n}{i} log \frac{L_1\left(Z_n^{(I)} \right)}{L_1\left(Z_n^{(i+1)} \right)} =$$

$$= i\, log \frac{n}{i} log \left(1 + \frac{Z_n^{(i)} - Z_n^{(i+1)}}{Z_n^{(i)}} \right) + \frac{i}{\alpha} log \frac{n}{i} log \left(1 + \frac{L_1\left(Z_n^{(i)} \right) - L_1\left(Z_n^{(i+1)} \right)}{L_1\left(Z_n^{(i+1)} \right)} \right) = \qquad (19)$$

$$= T_i^{(1)} + T_i^{(2)}.$$

Поскольку $\log(1+x) = x + O\left(x^2\right)$, то из соотношений (8), (9) получаем

$$T_i^{(1)} \overset{d}{=} i\left(Z_n^{(i)} - Z_n^{(i+1)} \right) + O_p\left(\frac{1}{\sqrt{i} \log(n/i)} \right). \qquad (20)$$

Далее, отсюда и с учетом $g(x) = L_1'(x) / L_1(x)$,

$$\left(L_1\left(Z_n^{(i)} \right) - L_1\left(Z_n^{(i+1)} \right) \right) / \left(Z_n^{(i)} - Z_n^{(i+1)} \right) =$$

$$= L_1'\left(Z_n^{(i)} + \theta\left(Z_n^{(i)} - Z_n^{(i+1)} \right) \right)$$

Для $\theta \grave{o} (0;1)$ имеем

$$\frac{L_1\left(Z_n^{(i)}\right)-L_1\left(Z_n^{(i+1)}\right)}{L_1\left(Z_n^{(i+1)}\right)}=\frac{Z_n^{(i)}-Z_n^{(i+1)}}{Z_n^{(i)}+\theta\left(Z_n^{(i)}-Z_n^{(i+1)}\right)}\cdot$$

$$\cdot\frac{L_1\left(Z_n^{(i)}+\theta\left(Z_n^{(i)}-Z_n^{(i+1)}\right)\right)}{L_1\left(Z_n^{(i+1)}\right)}\cdot\frac{Z_n^{(i)}+\theta\left(Z_n^{(i)}-Z_n^{(i+1)}\right)}{L_1\left(Z_n^{(i)}+\theta\left(Z_n^{(i)}-Z_n^{(i+1)}\right)\right)}\cdot$$

$$\cdot L_1'\left(Z_n^{(i)}+\theta\left(Z_n^{(i)}-Z_n^{(i+1)}\right)\right)=O_p\left(\frac{1}{i\log(n/i)}\right)$$

$$g\left(\log\frac{n}{i}\left(1+O_p\left(\frac{1}{\log(n/k)}\right)\right)\right)=O_p\left(\frac{g(\log(n/i))}{i\log(n/i)}\right).$$

Отсюда и из определения $T_i^{(2)}$ получаем

$$T_i^{(2)}=O_p\left(g\left(\log(n/i)\right)\right).$$

Таким образом, из (19) – (21) имеем

$$T_i\overset{d}{=}e_i+O_p\left(\frac{1}{\sqrt{i}\log(n/i)}\right)+O_P\left(g\left(\log\frac{n}{i}\right)\right).$$

Теперь применяя к S(T) формулу Тейлора в точке $\bar{e}=\left(e_1,\ldots,e_k\right)$ получаем $S(T)\overset{d}{=}S(Z)+R_{1k}+R_{2k}$, где

$$Z=\left(Z_1,\ldots\ldots,Z_k\right),\qquad R_{1k}=\sum_{i=1}^{k}q_i(\bar{e})\left(T_i-e_i\right),$$

$$R_{2k}=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}Q_{ij}\left(T^*\right)\left(T_i-e_i\right)\left(T_j-e_j\right),$$

T^* лежит между $\bar{e}$ и T. Здесь положены

$$q_i(T)=\frac{\partial S(T)}{\partial T_i}=2T^{-3}(k)\left(T_i\cdot T(k)-\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}T_i^2\right),$$

$$Q_{ij}(T)=\frac{\partial^2 S(T)}{\partial T_i\partial T_j}=2T^{-4}(k)\left(3k^{-2}\sum_{i=1}^{k}T_i^2-2T_jk^{-1}-\delta_{ij}T^2(k)\right)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера.

Положим $T_k=\frac{1}{k}\left(T_1+T_2+\ldots T_k\right),\qquad e_k=\frac{1}{k}\left(e_1+e_2+\ldots e_k\right).$

Займемся оценкой разности T_k -e_k. В силу (22) имеем

$$\left|T_k - e_k\right| = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\left(O_p\left(\frac{1}{\sqrt{i}\log(n/i)}\right) + O_p\left(g\left(log\frac{n}{k}\right)\right)\right) =$$
$$= O_p\left(\frac{1}{\sqrt{n}\log(n/k)}\right) + O_p\left(g\left(log\frac{n}{k}\right)\right) = O_p\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right). \quad (23)$$

Отсюда

$$\left|\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}T_i^* - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{i}e_i\right| \le \frac{1}{k}\left|\sum_{i=1}^{k}\left(T_i^* - e_i\right)\right| \le$$
$$\le \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\left|T_i - e_i\right| = O_p\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right) \quad (24)$$

Далее пользуясь элементарным неравенством

$$\sum_{i=1}^{k}\left(a_i - b_j\right)^2 \ge \left(\sqrt{\sum_{j=1}^{k}a_i^2} - \sqrt{\sum_{i=1}^{k}b_i^2}\right)^2$$

Из (22) нетрудно видеть, что

$$\left|\sqrt{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}T_i^{*2}} - \sqrt{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}e_i^2}\right| \le \left(\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\left(T_i^* - e_i\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \le \left(\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\left(T_i - -e_i\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} =$$
$$= O_p(1)\left(\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{i\,log^2\frac{n}{i}} + \sum_{i=1}^{k}g^2\left(log\frac{n}{i}\right) + \sum_{i=1}^{k}\frac{g\left(\log\left(\frac{n}{i}\right)\right)}{\sqrt{i}\log\left(\frac{n}{i}\right)}\right)^{\frac{1}{2}} = \quad (25)$$
$$= O_p(1)\left(\frac{\log k}{k\,log^2\left(\frac{n}{k}\right)} + \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}g^2\left(\log\frac{n}{i}\right) + \frac{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}g\left(\log\frac{n}{i}\right)}{\log\left(\frac{n}{k}\right)}\right)^{\frac{1}{2}} = o_p(1).$$

В силу (24) и (25) имеем

$$\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}T_i^* = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}e_i + o_p\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right) = 1 + o_p(1), \quad (26)$$

$$\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}T_i^{*2} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}e_i + o_p\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right) = 1 + o_p(1), \quad (27)$$

Теперь воспользовавшись соотношениями (23) и (27) получаем

$$Q_{ij} = \left(T^*\right) = O_p\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right) + \delta_{ij}O_p(1), \qquad q_i(\bar{e}) = O_p(1).$$

Пользуясь этими соотношениями, имеем

$$R_{1k} = \sum_{i=1}^{k}q_i(\bar{e})\left(T_i - e_i\right) = o_p\left(\sqrt{k}\right).$$

$$R_{2k} = O_p(1)\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{1}{\sqrt{k}}+\delta_{ij}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{i}\log(n/i)}+g\left(log\frac{n}{i}\right)\right)\cdot$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{i}\log(n/j)}+g\left(log\frac{n}{j}\right)\right)=o_p\left(\sqrt{k}\right).$$

Теорема 3 доказана.

Библиографический список:

1.Nagaev S.V. Large deviations of sums of independent random variables//Ann.Prob. 1979.V.7.No. P.745-784.

2. Nagaev A.V. Predelnie teoremi, uchitivayuoshie bolshie ukloneniya pri usloviya Kramera// Izv. AN UzSSR. Ser.fiz.-mat.n. 1969. 6.s.17-22.

3. Kim L.V. O nesimmetrichnoy probleme bolshix ukloneniy. Kand. diss. Tashkent. 1975.

4 Hill B. M. A simple approach to inference about the tail of a distribution// Ann. Stat. 1975. V. 3. No.5 P. 1163-1174.

5. Haeusler E., Teugels J. L. On asymptotic normality of Hills estimator for the exsponent of regular variation// Ann. Stat. 1985. V.13. No.2. P. 743-756.

6 Hall P.,Welsh A.H. Adaptive estimates of parameters of regulsr variation// Ann. Stat. 1985. V.13. No.1 P. 331-341.

7. Chorgo S., Deheuvels P and Mason D. M. Kernel estimates of the tail index of a distribution// Ann. Stat. 1985. V. 13. No.3 P. 1050-1077.

8. Adirov T.X. Otsenivanie neizvestnogo parametra odnogo klassa raspredeleniy//Izv.AN UzSSR. Ser. Fiz.-mat. N.1990. № 3.

9. Adirov T.X., Xamdamov I.M. Ob otsenke neizvestnogo parametra odnogo klassa raspredeleniy// Tezisi dokl. 4-y Vsesoyuznoy nauchn. Konferentsii.Tartu. 1989.

10. Gafurov M. U.,Adirov T.X. Tsentralnaya predelnaya teorema dlya yadernoy otsenki parametra obobshennogo raspredeleniya Veybulla// DAN RUz.1991. №10 S.

11. Adirov T.X. Otsenka parametra s pomoshyu ekstremalnix poryadkovix statistic. “Matematika va uni o’qitishning innovatsion metodlari “ nazariy va ilmiy-uslubiy maqolalar to’plami(2-qism) TMI,Toshkent, 2014 yil 29 aprel’,

9-11b.

12. Adirov T.X. Informatsiya Fishera soderjashayasya v nekotorix naborax poryadkovix statistikax. Materiali VII-Ferganskoy konferentsii «Predelnie teoremi teorii veroyatnostey i ix prilojeniya» posvyashennoy pamyati Akademika S.X. Sirajiddinova g. Namangan, 12-13 maya 2015g.,s 16-18

13. Adirov T.X. Otsenivanie parametra obobshennogo raspredeleniya Veybulla. “Matematika va uni o’kitishning innovatsion metodlari “ nazariy va ilmiy-uslubiy maqolalar to’plami(4-kitob) TMI, Toshkent,2016 yil , 16-17 b.

14. Adirov T.X. Predelnie teoremi dlya yadernoy otsenki parametra obobshennogo raspredeleniya Veybulla. “Matematikani axborot va kommunikatsiya texnologiyalariga tatbiqi hamda o’qitishning dolzarb vazifalari “ nazariy va ilmiy-uslubiy maqolalar to’plami(1-kitob) TATU, Toshkent, 2016 yil ,

7-9 b.

15. Adirov T.X. Predelnie teoremi dlya parametra obobshennogo raspredeleniya Veybulla. “Vicshaya shkola” Nauchno-prakticheskiy jurnal №8/2017 Rossiya g. Ufa s 90-91.

Научное издание

Коллектив авторов

ISSN 2500-1140

Техниконаучный журнал «Техноконгресс»

Кемерово 2019