ТОЧНАЯ НАУКА

естественнонаучный журнал

XXXIII Международная научная конференция "Техноконгресс"

Сборник статей международной естественнонаучной конференции с публикацией в НЭБ elibrary.ru

t-nauka.ru

Кемерово 2018

СБОРНИК СТАТЕЙ ТРИДЦАТЬ ТРЕТЬЕЙ МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «ТЕХНОКОНГРЕСС»

17 декабря 2018 г.

ББК Ч 214(2Рос-4Ке)73я431

ISBN 978-5-9907998-9-9

Кемерово УДК 378.001. Сборник статей студентов, аспирантов и профессорско-преподавательского состава. По результатам XXXIII Международной научной конференции «Техноконгресс», 17 декабря 2018 г. www.t-nauka.ru / Редкол.:

Никитин Павел Игоревич - главный редактор, ответственный за выпуск журнала

Баянов Игорь Вадимович - математик, специалист по построению информационно-аналитических систем, ответственный за первичную модерацию, редактирование и рецензирование статей

Артемасов Валерий Валерьевич - кандидат технических наук, ответственный за финальную модерацию и рецензирование статей

Зимина Мария Игоревна - кандидат технических наук, ответственный за финальную модерацию и рецензирование статей

Нормирзаев Абдукаюм Рахимбердиеви - кандидат технических наук, Наманганский инжинерно-строительный институт (НамМПИ)

Безуглов Александр Михайлович - доктор технических наук, профессор кафедры математики и математического моделирования, Южно-российский государственный политехнический университет (Новочеркасский политехнический институт) им. М.И .Платова,

Наджарян Микаел Товмасович - кандидат технических наук, доцент, Национальный политехнический университет Армении

Шушлебин Игорь Михайлович - кандидат физико-математических наук, кафедра физики твёрдого тела Воронежского государственного технического университета

Равшанов Дилшод Чоршанбиевич - кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Технология, машины и оборудования полиграфического производства», Таджикский технический университет имени академика М.С.Осими

Крутякова Маргарита Викторовна – доцент, кандидат технических наук, Московский политехнический университет

Гладков Роман Викторович - кандидат технических наук, доцент кафедры эксплуатации вооружения и военной техники Рязанского гвардейского высшего воздушно-десантного командного училища

Моногаров Сергей Иванович - кандидат технических наук доцент Армавирского механико-технологического института (филиал) ФГОУ ВО КубГТУ

Шевченко Сергей Николаевич - кандидат технических наук, доцент кафедры СЭУ, Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота РФ

Отакулов Салим - Доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики Джизакского политехнического института

А.О. Сергеева (ответственный администратор)[и др.];

Кемерово 2018

В сборнике представлены материалы докладов по результатам научной конференции.

Цель – привлечение студентов к научной деятельности, формирование навыков выполнения научно-исследовательских работ, развитие инициативы в учебе и будущей деятельности в условиях рыночной экономики.

Для студентов, молодых ученых и преподавателей вузов.

Издательский дом «Плутон» www.idpluton.ru e-mail: admin@idpluton.ru

Подписано в печать 17.12.2018 г. Формат 14,8×21 1/4. | Усл. печ. л. 3.2. | Тираж 300.

Все статьи проходят рецензирование (экспертную оценку).

Точка зрения редакции не всегда совпадает с точкой зрения авторов публикуемых статей.

Авторы статей несут полную ответственность за содержание статей и за сам факт их публикации.

Редакция не несет ответственности перед авторами и/или третьими лицами и организациями за возможный ущерб, вызванный публикацией статьи.

При использовании и заимствовании материалов ссылка обязательна.

Оглавление

1. ИЗУЧЕНИЕ ЗАЩИТНЫХ СВОЙСТВ НОВЫХ ИНГИБИТОРОВ КОРРОЗИИ СТАЛЕЙ..... 3
Осербаева А.К., Нуруллаев Ш.П.
2. УСТАНОВКИ ЗАМКНУТОГО ВОДОСНАБЖЕНИЯ……8
Атнагулова Р.Р.
3. ПРАВИЛА СЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ БЕСКОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА ……..……....10
Путенихин П.В.
4. АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЯ СПОСОБОВ СНИЖЕНИЯ СТОИМОСТИ СТРОИТЕЛСТВА МАЛЫХ ГЭС АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ 27
Абилов Р.С.
5. КОНТЕЙНЕРНАЯ ВИРТУАЛИЗАЦИЯ. ПРЕИМУЩЕСТВА И НЕДОСТАТКИ ……..30
Евсеев П.Г., Зенюк К.А.
6. РАЗВИВАЮЩЕЕ МОБИЛЬНОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ «SMART DICTIONARY» ДЛЯ ОПЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ IOS……..……...33
Барабанова Е.В., Колесников Л.А., Пименов А.А.

Осербаева А.К., Нуруллаев Ш.П.
Ташкентский химико- технологический институт

Oserbaeva A.K., Nurullaev Sh.P.
Tashkent Institute of Chemistry and Technology

УДК 541.138:620.193

ИЗУЧЕНИЕ ЗАЩИТНЫХ СВОЙСТВ НОВЫХ ИНГИБИТОРОВ КОРРОЗИИ СТАЛЕЙ

STUDY OF THE PROTECTIVE PROPERTIES OF NEW STEEL CORROSION INHIBITORS

Аннотация: В данной изучена электрохимического и гравиметрического определения степени защитного действия азот, амин и фосфорсодержащих ингибиторов ИКА-1 и ИКА-2 в кислых и и сероводородных средах при различных температурах и концентрациях.

Annotation: In this study, the electrochemical and gravimetric determination of the degree of the protective action of nitrogen, amine and phosphorus-containing inhibitors IKA-1 and IKA-2 in acidic and hydrogen sulfide environments at various temperatures and concentrations has been studie

Ключевые слова: скорость коррозии**,** коррозионные потери, ингибирование электрохимическая коррозия, гравиметрия степень коррозии и торможения.

Keywords: corrosion rate, corrosion loss, inhibition of electrochemical corrosion, gravimetry, degree of corrosion and braking.

Введение: В связи с интенсивным развитием всех отраслей промышленности, предотвращение коррозии и защиты металлов и создание ингибирующих веществ, а также антикоррозионных покрытий является одним из первостепенных актуальных задач. Особенно с развитием химической и нефтехимической отрасли промышленности финансовый ущерб, наносимый от коррозии металлов в результате их самопроизвольного разрушения за счет химического или электрохимического воздействия с окружающей средой составляет более 30 процентов от годового производства металлов.[1-2]

В настоящее время наиболее эффективным способом защиты металлов и их сплавов от коррозионных процессов с применением ингибиторов и создание антикоррозионных покрытий является перспективным направлением. В нашу республику Узбекистан импортируются ингибиторы из европейских стран и Российской Федерации и потребность в них в химической, электрохимической, нефте и газоперерабатывающих промышленностях, в сетях водоснабжения и циркулирующих водах велика.

В связи с этим в данной работе изучена эффективность азот, амин и фосфорсодержащих многокомпонентных ингибиторов синтезированных на основе производственных отходов на степень коррозии стали в различных средах.

Методика эксперимента. Экспериментальные работы по определению скорости коррозии стального электрода на основе Ст.3 в различных средах в присутствии ингибиторов ИКА-1 и ИКА-2 при их различных концентрациях и соотношениях в определенном температурном интервале проводили гравиметрическим методом по убыли массы образца после коррозионных испытаний. После выдержки образцов в течение 240 и 360 часов продукты коррозии удаляли скальпелем и гравиметрическим определяли скорость коррозии (К) ,степень защиты (Х) и **коррозионные потери (Z)** ,относящиеся к раствору без добавления ингибитора:

$$K_m = \frac{m_1 - m_2}{S \cdot \tau}, \quad (г/м^2 \cdot сут) \qquad (1)$$

$$Z = \frac{K_{инг}}{K_0} \cdot 100\%; X = 100 - Z, \% \qquad (2)$$

где: m_1 – масса металлической пластины до выдержки гр; m_2 – масса после выдержки г; S – площадь

пластины (поверхности образца), $м^2$; τ- выдержки сут.[3-4]

Скорость коррозии зонда из исследуемых растворов рассчитывали по формуле; i=

$$P \cdot n \cdot 26{,}8/S \cdot \tau \cdot A, [г \cdot A/см^2],$$

здесь –P- убыль в массе электрода ,гр; n- валентность металла; 26,8-число Фарадея, S –площадь электрода, $см^2$;**τ·**-время испытания, час; A-атомная масса металла.

Исследования проводились в фоновых растворах состава 3% NaCI (pH=7,3) Ф-1 и 3% H_2SO_4 (pH=3,0) Ф-2. Электроды изготовлены из Ст.3 состава, %: Fe= 98,36; C=0,20; Mn=0,50; Si=0,15;P=0,04; S=0,05;Cr=0,30; Ni=0,20; Cu=0,20.

Эксперименты проводили с использованием образцов стали марки Ст.3 (прямоугольных площадью $6см^2$) в фоновом растворе (3% Na_2SO_4+ H_2SO_4) в интервале pH 4,0-6,0 при температуре 25^0C . Продолжительность испытаний 240-360 часов. Исследования проведены в фоновых растворах состава ФР-1: 3% H_2SO_4 pH≥3; ФР-2: 3% Na_2S pH=5 при температур 25^0C. Электроды изготовлены из Ст.3 состава:(%) Fe=98,36; C=0,20; Mn=0,52; Si=0,15; P=0.04; S=0.05; Cr=0.30; Ni=0,20; Cu=0.20.

Результаты и их обсуждения

Результаты расчетов значений стационарного потенциала ($E_{ст}$), тока коррозии (i_c), коэффициента торможения (γ) и степени защитного действия (X) ингибиторов ИКА-1 и ИКА-2 при различных температурах приведены в таблице 1. Как видно из этих данных, рствоpы ингибиторов ИКА-1 и ИКА-2 при всех изученных температурах эффективны и принимают значения степени защитного действия от 87,7до 96,2%. Однако, ингибитор ИКА-2 в отношение ИКА-1 оказывает сравнительно меньшее действие на процесс электрохимической коррозии. Так, если при температурае 25^0C степень защитного действия ингибитором ИКА-2 равна 87,7% то с повышением температуры процесса защитный эффект незначительно изменяется и при достижении 70^0C оно достигает до 83,4%.

Отметим, что само по себе повышение величины скорости коррозии с ростом температуры не может служить доказательством того, что в ходе эксперимента увеличивалась доля активной поверхности металла.Достаточно высокие скорости коррозии могут наблюдаться в некоторых случаях и из пассивного состояния. Между тем, информация о состоянии поверхности стали в ходе коррозионных испытаний очень важно, так как пассива торы эффективны только в случае низких скоростей коррозии из пассивного состояния.

Таблица1.

Результаты электрохимического определения степени защитного действия ИКА-1 и ИКА-2 ингибиторов в кислых растворах при различных температурах и концентрациях.

Ингибиторы	t, ^0C	Концентрация ингибитора, мг/л	-E ст.,в	i_c, $ма/см^2$	γ	Z, %
Фон 3 % раствор H_2SO_4 pH = 2,5	25	10				
ИКА-1			0,4000	19,61	44	26,2
ИКА-2		30	0,530	43,17	57	87,7
Фон 3 % раствор H_2SO_4, pH = 2,35	40					
ИКА-1		10	0,540	21,89	47	94,74
ИКА-2		30	0,570	35,91	56	90,6
Фон (3 % раствор H_2 SO_4)	50					
ИКА-1		10	0,610	24,91	46	94,2
ИКА-2		30	0,620	43,62	55	89,3
Фон (3 % раствор H_2 SO_4)	70					
ИКА-1		10	0,580	39,56	49	91,40
ИКА-2		30	0,590	45,92	52	83,4

Результаты гравиметрического определения значений скорости коррозии, коэффициента торможения с степени защиты ингибиторами ИКА-1и ИКА-2 при различных температурах приведены в таблице 2.

Таблица2.

Результаты гравиметрического определения степени защиты ингибиторов ИКА-1 и

ИКА-2 в фоновом растворе (pH=5) при различных температурах

Ингибиторы	t, ^{0}C	К,г/м2·сут	γ	Х, %
Фон 3 % раствор H_2 SO_4 pH = 2,5	25	0,0995	-	-
ИКА-1		0,0021	20,6	97,3
ИКА-2		0,0263	24,8	92,6
Фон 3 % раствор H_2 SO_4, pH = 2,35	40	0,1094	-	-
ИКА-1		0,0881	21,3	97,5
ИКА-2		0,1063	25,4	90,6
Фон 3 % раствор H_2 SO_4	50	0,1125	-	-
ИКА-1		0,0892	23,6	96,2
ИКА-2		0,1074	26,3	91,5
Фон 3 % раствор H_2 SO_4	70	0,1234	-	-
ИКА-1		0,0932	22,8	97,1
ИКА-2		0,1069	27,0	91,8

Результаты гравиметрического определения значений скорости коррозии, коэффициента торможения с степени защиты ингибиторами ИКА-1и ИКА-2 при различных температурах приведены в таблице 2.Из этих результатов видно, что наиболее значительные результаты, превышающее на 7-10% защитный эффект используемых в промышленности импортных ингибиторов марки «NALKO» (Германия) и «KW-2353» (Россия), получены в присутствии 1-3% ных растворов ИКА-1. Величина степень защитного действия данного ингибитора принимает значения в интервале от 96,9 до 97,5%. При использовании в качестве ингибитора ИКА-2 в нейтральных средах степень защиты от коррозии достигает 92,6%. В растворах ингибитора ИКА-1 кроме азот, амин (NH_2) , кетоновых групп, содержится полиионы R-COO^-, которые также могут адсорбироваться на поверхности стали Ст.3. Наличие последних даже в отсутствие фосфатов (PO_3^-) способствует упрочнению пассивационного слоя, а с полифосфатами его использование особенно эффективно.

Таким образом, на основе проведенных коррозионных электрохимических и гравиметрических исследований можно заключить, что наиболее эффективным в изученных средах является ингибитор ИКА-1, Синтезированные на основе отходов производства ацетальдегида АО «Навоиазот» республика Узбекистан.

Результаты гравиметрических исследований и расчетов значений скорости коррозии и степени защиты ингибиторами ИКА-1 и ИКА-2 при различных концентрация их и продолжительности коррозионных испытаний приведены в таблице 3.

Таблице.3

Влияние концентрации ингибитора ИКА-1 продолжительности коррозионных испытаний на эффективность защиты углеродистой стали при 40^{0}С

Фоны	$C_{ИКА-1,}$ %0	240 часов		360 часов	
	0	$K_{ск}$ г/м^2·сут	Х, %	$K_{ск}$ г/м^2·сут	Х, %
3 % раствор H_2 SO_4	0,001	5,05	-	3,47	-
	0,01	3,32	82,3	2,37	85,8
	0,1	2,50	89,5	1,93	91,7
	1	2,28	92,9	1,44	92,1
1 % раствор H_2S	0	0,24	-	1,39	--
	0,001	0,21	83,2	0,80	87,3
	0,01	0,18	91,4	0,69	93,1
	0,1	0,09	92,6	0,26	94,3
	1	0,06	92,9	0,05	96,7

Как видно из табл.3 наиболее значительные результаты получены в присутствии 1,0% го раствора ингибитора ингибитора ИКА-1 в кислых и серосодержащих средах. Так, в зависимости продолжительности коррозионных испытаний величина степени защитных действий ИКА-1 изменяется в пределах от 82,3 до 96,7%. Характер степени защиты коррозии углеродистой стали Ст.3

в растворах H_2SO_4 и сероводорода примерно одинаковый. В первые 360 часов потери массы от коррозии растут примерно линейно а в дальнейшем заметно снижаются. Это связано с образованием на поверхности металла пассивных пленок, которые замедляют диффузию кислорода к поверхности металла. Экспериментальные данные подтверждают что коррозии с водородной поляризацией в кислых средах значительно превосходит коррозию в стали Ст.3 с кислородной деполяризацией в нейтральных и щелочных средах.

Азотсодержащие ингибиторы коррозии давно и успешно применяются в нефтедобыче и транспортировке. Наибольшее распространение получили: первичные, вторичные, третичные алифатические, замещенные соединения пиридина, хинолина, имидазолина и четвертичные аммониевые соединения, в том числе, имеющие в своей структуре различные кислородсодержащие группы. В связы с этим изучена ингибирующие свойства аминофосфатных солей на антикоррозионные действия углеродистых сталей. Выявлена оптимальная концентрация -20 мг/л антикоррозионных добавок – диэтиламиноэтилметакрилат (ДЭАЭМА) и натрий полифосфат – ДЭАЭМА на различных фоновых растворах. Дальнейшее увеличение концентрации ингибиторов не оказывает существенного влияния на коррозионно-электрохимическое поведение Ст.3.

Результаты расчетов значений скорости коррозии коэффициента торможения и величины защитного эффекта приведены в таблица 4. Как видно из таблицы наиболее значительные результаты получены в присутствии ингибиторов. Величина степени защиты изменяется в пределах от 86% до 93%. Данные этой таблицы также показывают, что при небольших концентрациях примененные соединения проявляет ингибирующие свойства. Защитный эффект ингибиторов растет с увеличением их концентрации, а также с повышением кислотности среды.

Таблица-4

Результаты гравиметрического определения степени защиты различных ингибиторов в фоновых растворов.

Фон	Ингибитор	К скорость коррозии	γ Коэффициент торможения	Х% Степень защиты
Ф-1	H_3PO_4+ CH_3NH_2	0,19	13,65	89,12
	H_3PO_4+ $(C_2H_5)_2NH$	0,27	17,00	92,03
	H_3PO_4+ $(C_4H_9)_3NH$	0,18	13,89	93,00
	H_3PO_4+ ДЭАЭМА	0,42	12,70	93,40
	H_3PO_4+ДЭАЭМА·4ВП	0,26	10,00	92,52
Ф-2	H_3PO_4+ CH_3NH_2	0,30	14,00	86,20
	H_3PO_4+ $(CH_3)_2NH$	0,24	12,82	86,04
	H_3PO_4+ $(C_4H_9)_3NH$	0,28	13,20	87,10
	H_3PO_4+ ДЭАЭМА	0,30	13,84	89,30
	H_3PO_4+ДЭАЭМА·4ВП	0,28	13,13	88,00

Причем при одних и тех же условиях большой защитный эффект наблюдается для ингибитора, имеющего более длинный углеводородный радикал в составе своей молекулы.

Заключение. Сопоставляя результаты емкостных и температурных измерений с данными гравиметрии, можно констатировать, что низкие значения к в первой концентрационной области добавки связаны с малой их кроющей способностью и возможностью влияния на энергию активации кинетику коррозионного процесса. Увеличение концентрации добавки приводит к росту ингибирующего свойства их.

Проведенные исследования по коррозии Ст.3 в растворах в присутствии ингибиторов содержащих амино- и фосфатные группы, показали их высокую эффективность. Лучшим ингибитором коррозии Ст.3 в изученных условиях признан, в ряду алкиламинов, фосфат-диэтилминоэтилметакрилат, по-видимому, из-за большого числа радикалов в его молекуле и их размера, благодаря чему требуемая защитная концентрация этой ингибирующей системы минимальна, по сравнению с другими изученными аминами.

Библиографический список:

1. Кузнецов Ю.М. Ингибиторы коррозии в конверсионных покрытиях // Защита металлов – 2001, Т.37. №2.- С. 119-125.

2.Осербаева А.К. Калядин В.Г.Акбаров Х.И. Защитные свойства ингибиторов коррозии стали содержащих амино-и фосфатные группы // Узбекский химический журнал 2013, № 2. С.34-36.

3. Barett J. Oil and Gas Corrosion Inhibitors – Material Protection, 1991,v.5, № 7, P. 43-44.

4. Гафуров Р.Р., Кудрявцева JI.А., Полвоняк В.К., Быстрова О.Н. Анализ защитных свойств азот-фосфорсодержащих ингибиторов коррозии стали // Практика противокорр. защиты - 2001, № 4.- С.14-17

Атнагулова Разиля Рафаиловна
Atnagulova Razilya Rafailovna
Студентка Башкирского государственного педагогического университета, естественно-географический факультет, направление «Экологическая экспертиза»

УДК 639.3

УСТАНОВКИ ЗАМКНУТОГО ВОДОСНАБЖЕНИЯ

INSTALLATIONS OF THE CLOSED WATER SUPPLY

Аннотация: В связи с антропологическими факторами существует острая проблема пополнения естественных популяций рыб. В данной статье отмечены наиболее актуальные вопросы по УЗВ, плюсы и минусы использования таких установок в рыбоводстве.

Abstract: In connection with anthropological factors, there is an acute problem of replenishing natural fish populations. This article highlights the most pressing issues on USS, the pros and cons of using such facilities in fish farming.

Ключевые слова: УЗВ, рыбоводство, рыба.

Key words: ultrasound, fish farming, fish.

В связи с антропологическими факторами существует острая проблема пополнения естественных популяций рыб. Одним из способов выхода из кризисной ситуации является искусственное воспроизводство рыб и дальнейшее зарыбление природных водоемов.

Основным направлением развития аквакультуры нашей страны в настоящее время является прудовое рыбоводство, имеющее многовековую историю развития. Однако, выращивание рыб в УЗВ (установки замкнутого водоснабжения) так же интенсивно развивается.

Установки замкнутого водоснабжения (сокращенно – УЗВ) также называют бассейнами или лотками. Это первое, о чем думают, когда говорят об искусственном выращивании и разведении рыбы. Их основные преимущества заключаются в том, что вы не зависите от климатических условий, а рыба растет значительно быстрее. В УЗВ у нее не будет естественных циклов снижения активности, когда она мало питается и практически не растет.

В УЗВ очень высокая плотность посадки рыбы, в зависимости от вида выращивать можно от 200 до 1300-1500 килограмм рыбы в год с одного квадратного метра использования площади (но такие показатели – исключение). Для сравнения: в естественных водоемах при использовании садков этот показатель редко превышает 500-600 килограмм рыбы в год с 10.000 кубических метров;

За счет возможности поддерживать оптимальные условия скорость набора массы рыбы существенно выше, отдельные виды набирают товарный вес (при котором их уже можно продавать) за 6-7 месяцев. В естественных условиях это невозможно;

В УЗВ соотношение количества корма на набор рыбой массы выше, чем в естественных условиях. Разница может быть до трех раз, что уже подразумевает очень ощутимую разницу в расходах на корм;

УЗВ – это не бассейн, то есть, не только бассейн. Как раз сам бассейн или лоток можно сделать хоть из ванной, самое важное в УЗВ это системы очистки воды, обогащения кислородом и т.д.

У УЗВ есть ряд минусов: работать все должно непрерывно, рыба просто не выживет, если системы отключаться на достаточно протяженный срок. Кроме того, стоимость таких систем гораздо выше, чем оборудование садков в водоеме.

Несмотря на некоторые недостатки, данные установки позволяют круглосуточно выращивать разные виды рыб, а также креветок и раков, разработаны технологии выращивания для десятков видов рыб и других гидробионтов, как пресноводных, так и морских.

Библиографический список:

1. Власов, В.А. Рыбоводство [Текст]: учеб. пособие / СПб.: «Лань», 2010.- 352с.

2. Калайда, М.Л. Методы рыбохозяйственных исследований [Текст]: учебное пособие/ М.Л. Калайда, Л.К. Говоркова.- СПб: Проспект Науки, 2013.- 288с.

3. Козлов, В.И., Аквакультура [Текст]: учебник / А.Л. Никифоров, А.Л. Бородин.- М.: КолосС, 2006.- 445с.

4. Пономарев, С.В. Фермерское рыбоводство [Текст]: учебник/ С.В. Пономарев, Л.Ю. Лагуткина.- М.: Колос, 2008.- 347с.

5. Рыжков, Л.П. Основы рыбоводства [Текст:]: учебник / Л.П. Рыжков, Т.Ю. Кучко, И.М. Дзюбук.- СПб.; М.; Кранодар: «Лань», 2011.- 528с.

Путенихин Петр Васильевич
Putenikhin Peter Vasilievich
Независимый исследователь

УДК 510.22; 514.01; 524.8

ПРАВИЛА СЧЕТА ЭЛЕМЕНТОВ БЕСКОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА

THE RULES OF THE COUNTING OF THE ELEMENTS OF AN INFINITE SETS

Аннотация: Вскрыты ошибки Кантора и его последователей в логических рассуждениях о бесконечных множествах. Приведено доказательство счетности континуума, счетности всех действительных чисел.

Abstract: Cantor's and his followers proofs about infinite sets contain contradictions, logical errors. The proof of the countability of the continuum, the countability of all real numbers, is given.

Ключевые слова: множество, бесконечность, Кантор, равномощность, число, биективное соответствие, противоречие, многомерное пространство

Keywords: set, infinity, Cantor, equipotence, number, bijective correspondence, contradiction, multidimensional space

Счет натуральных чисел в группах

Давно замечено интересное и важное свойство математики, которая позволяет делать верные, но изначально просто как бы выдуманные описания нашего мира, предсказания:

"Существует вопрос, давно волнующий людей, задумывающихся об основаниях математики: *почему математика столь эффективна при описании нашего мира и столь хорошо описывает его эволюцию?* ... Почему эти правила так хорошо работают?" [5]

Однако вряд ли следует слишком уж сильно этому удивляться и вспоминать еще одно её такое же удивительное свойство: способность дать *любой* желаемый результат. Эта математика так хорошо работает просто потому, что мы и вывели её из прямых наблюдений за окружающей действительностью. Эффективно работает, значит, верно подсмотрели. Более того, в науке и, в частности, в физике уже давно замечена еще одна интересная закономерность: кажущиеся поначалу абстрактными математические выражения, уравнения вдруг оказываются описанием какого-нибудь вполне реального явления:

"... физики обнаруживают, что математические построения, необходимые им для описания нового класса явления, уже исследованы математиками по причинам, не имеющим ничего общего с обсуждаемыми явлениями" [2, с.264].

Тем не менее, даже при таком явно полезном подходе следует все-таки быть предельно осторожным при формулировке выводов и следствий из этих математических построений. Можно привести ряд примеров, когда такие выкладки приводят не просто к противоречию со здравым смыслом, но и к довольно заметным противоречиям с логикой, содержат логические ошибки. Например, одним из наиболее известных таких странных выводов при исследовании бесконечных множеств элементов являются доказательства Кантора о равенстве числа точек на квадрате и линии, равной длине его ребра. В предельно строгом виде подобные положения сформулированы на сайте Википедии:

"... множество натуральных чисел ($\mathbb{N}$) равномощно множествам целых чисел ($\mathbb{Z}$), чётных натуральных чисел, всех рациональных чисел ($\mathbb{Q}$), а отрезок числовой прямой ($\mathbb{I}$ = [0,1], континуум) оказывается в биективном соответствии со всей числовой прямой ($\mathbb{R}$), а также с *n*-мерным евклидовым пространством ($\mathbb{R}^n$)" [1].

Несомненно, это противоречит нашей интуиции. Здравый смысл и очевидность говорят нам, что этого не может быть. Ведь четные числа явно составляют лишь половину всех целых чисел. Это справедливо для любой конечной совокупности чисел, но, как утверждается в цитате, не соответствует бесконечным рядам, для которых получается, что их количества равны. А утверждение в отношении отрезка буквально означает, что всем точкам *любого* конечного отрезка соответствуют все точки всей бесконечной евклидовой плоскости. Такие же странные выводы о соотношении целого и части делаются и в космологии [6, с.77; 2, с.282]. Эти противоречащие здравому смыслу и логике выводы преподносятся в научно-популярной литературе, в книгах, в

документальных фильмах (BBC) как строго доказанные факты. Ошибочность подобных методов можно показать, если произвести подсчеты количеств натуральных чисел при различных способах их группирования, приводящие к любому произвольному результату.

Нумерация четных чисел. Например, в одном из вариантов для доказательства равномощности чисел натурального ряда и четных чисел предлагается записать четные числа в виде бесконечного ряда, а под этим рядом написать их порядковые номера из натурального ряда чисел [6, с.78]:

2, 4, 6, 8, ... (1)

1, 2, 3, 4, ...

Здесь каждому четному числу соответствует один порядковый номер из натурального ряда чисел и наоборот. Значит, утверждается, количество четных чисел равно количеству всех чисел натурального ряда. Но это неверно. В частности, в приведенном примере четные числа не являются *частью* ряда натуральных чисел, это совершенно *самостоятельный* ряд, в котором вместо четных чисел могли быть любые символы. Ошибка состоит в некорректном способе подсчета, в котором часть элементов исходного ряда просто игнорируется, исключается из процедуры подсчета. Произведём подсчет другим, правильным способом. Возьмем ряд всех натуральных чисел и будем их подсчитывать самым обычным, привычным способом. Для этого каждое натуральное число будем класть в соответствующий ящик, и при этом называть его значение: один, два, три и так далее. Одновременно, по мере того, как нам будут встречаться эти числа, мы будем с каждым четным числом класть такую же цифру во второй ящик. И, для наглядности, с каждым нечётным – в третий ящик. Ну, и для ещё большей наглядности – для каждого пятого числа – в четвертый ящик.

Через некоторое время посмотрим, что у нас в ящиках? Через тысячу шагов, очевидно, в первом ящике будет 1 000 чисел. Во втором и третьем – по 500, а в четвертом – только 200. Ну, или в виде соотношения 10:5:5:2.

Продолжим раскладывать числа и вновь проверим содержимое ящиков теперь уже через 10 000 шагов. И в этот раз мы обнаружим, что количества чисел в ящиках соотносятся как 10:5:5:2. Нужно ли доказывать, что и через миллион, и через миллиард, и через гугл шагов количества чисел в ящиках будут соотноситься как 10:5:5:2?

Если мы последовательно синхронно подсчитаем количества чисел в натуральном ряду, то мы найдём истинное соотношение их количеств. Однако говорить, что бесконечное *количество* всех натуральных чисел больше, чем *количество* всех четных или нечетных чисел не совсем правильно. Эти числа образуют бесконечности и более правильно говорить об их *мощности*:

бесконечность всех натуральных чисел в два раза мощнее бесконечности всех четных или нечетных чисел и в пять раз мощнее бесконечности всех чисел, кратных пяти.

Кстати, также неправильно говорить в отношении бесконечностей, что часть может *равняться* целому. Правильнее говорить, что мощность *части* бесконечности является *частью* мощности *всей* бесконечности.

Перестановки в рядах. Еще один вариант ошибочного доказательства равномощности части и целого приведен в книге [2, с.282], где предлагается вести подсчет нечетных чисел, предварительно переставив их в ряду:

"В бесконечной вселенной коэффициент объема можно определить как долю, занятую областями данного типа. Но это определение приводит к неоднозначности. Чтобы проиллюстрировать природу проблемы, зададимся вопросом: какова доля нечетных чисел среди целых?

Четные и нечетные числа чередуются в последовательности 1, 2, 3, 4, 5, и можно подумать, что ответом, очевидно, будет половина. Однако целые числа можно упорядочить другим способом. Например, так: 1, 2, 4, 3, 6, 8 ... Эта последовательность по-прежнему включает все целые числа, но теперь за каждым нечетным числом следует два четных, и кажется, что только треть целых чисел являются нечетными".

Здесь мы *обязаны* отчетливо увидеть некорректность и противоречивость такой модификации числового ряда, которая строго последовательно и логично может быть легко доведена до абсурда. Для этого все нечетные числа поместим в самый конец бесконечной последовательности. Теперь при поверхностном анализе последовательности мы обнаружим, что в ней нечетных чисел нет вообще. Конечно, мы догадываемся, что все они где-то дальше, но, как бы долго мы ни просматривали последовательность, мы никогда не встретим в ней ни одного нечетного числа. Однако итог явно

абсурден: нечетные числа точно есть, но мы их почему-то не пересчитываем. Просто причина заключается в выборе некорректного метода подсчета: игнорирование длины ряда. Мы же сами каким-то образом перенесли нечетные числа в конец ряда? Ну, так и нумеровать тогда следует весь ряд. Это же относится и к предложенному выше методу упорядочивания. Каким-то образом эти числа перетасованы? Вплоть до последнего. Ну, так и считать следует соответственно – до последнего числа. Если же числа перетасовываются *в процессе* счета, тогда "временно вынутые из ряда нечетные числа" все время будут где-то скапливаться. Трудно будет не заметить это бесконечно большое хранилище нечетных чисел, где бы оно ни находилось.

С другой стороны, мы можем проделать то же самое и с четными числами, получив в результате, что их в общем ряду только треть. Иначе говоря, один и тот же метод показывает, что среди целых чисел нечетных одновременно только треть и только две трети. Понятно, что методика, дающая два взаимоисключающих результата не вызывает доверия.

Группировка степеней. Такие методики пересчета, отождествления всегда содержат плохо скрытую подмену понятий. Например, с рядом натуральных чисел отождествляется ряд степеней 10^1, 10^2, 10^3 ... 10^n... и так далее. Таким же образом устанавливается взаимно однозначное соответствие и между множеством натуральных чисел и множеством всех квадратов натуральных чисел 1^2, 2^2, 3^2, … n^2… и так далее.

Известно, что не каждое натуральное число является квадратом другого натурального числа. Из этого строго логично следует, что ряд квадратов содержит *меньше* членов, чем ряд натуральных чисел, являющихся их основаниями. Тем не менее, пересчет их по правилу (1) как бы уравнивает их количества, количественно отождествляет. Однако принять такое отождествление нет никаких оснований. Нужно просто обратить внимание на то, что же именно отождествляется. В обоих приведенных примерах сразу же можно заметить присутствие члена натурального ряда. Понятно, что отождествляются не *значения* членов ряда, а их порядковые номера, которые самым наглядным образом обозначены в каждом из членов рядов. До начала отождествления каждый член ряда уже имеет свой порядковый натуральный номер, а значение самого члена ряда не имеет никакого смысла. Это могут быть и летучие обезьяны с соответствующей биркой на шее, и протоны в бесконечной Вселенной, которые ещё только предстоит пометить соответствующим номером, и даже множество миров Эверетта.

Группировка в пары. Попробуем теперь просто пересчитать, перенумеровать все натуральные числа, предварительно соединив их в пары четное-нечетное число: (1,2), (3,4), (5,6), то есть, присваивая каждой паре последовательно номера 1, 2, 3, 4 и так далее. Очевидно, что каждой паре будет присвоен один номер, натуральное число. И мы получаем явное противоречие, поскольку это означает, что количество всех натуральных чисел, собранных в пары, в два раза больше количества всех натуральных чисел. Буквально, количество всех натуральных чисел в два раза больше количества всех натуральных чисел. Но натуральные числа можно группировать и тройками, пятерками, десятками и так далее.

Десять рядов. Еще более наглядно подмена понятий будет видна, если составить из натурального ряда десять новых рядов, каждый из которых содержит натуральные числа, оканчивающиеся на 0, 1, 2 и так далее до 9. Если теперь пересчитать их количества, то для каждого ряда, как и в случае (1) мы получим количество, совпадающее с количеством натуральных чисел. Теперь вновь соединим все эти ряды в единый. Очевидно, что в результате мы получим исходный ряд – натуральные числа. Получается, что количество членов просуммированного ряда в десять раз больше, чем в ряду натуральных чисел. Но ведь просуммированный ряд – это тот же самый натуральный ряд. Здесь совершается та же ошибка: подсчет без учета принадлежности чисел выделенных рядов *исходному*, родительскому натуральному ряду.

Квадратная таблица. Однако и это не предел. Можно, например, составить таблицу из n строк натуральных чисел, поэтому, соответственно, столбцов будет тоже n, где n – натуральное число. Теперь подсчитаем, перенумеруем диагональным процессом Кантора все числа этой таблицы. Очевидно, что каждое из чисел получит свой порядковый номер, которых, понятно, будет ровно n, которое затем устремим к бесконечности и пронумеруем все члены таблицы диагональным процессом Кантора. Таблица определенно содержит n^2 элементов. Получается, что количество n^2 элементов равно n, или, другими словами, количество всех натуральных чисел равно квадрату количества всех натуральных чисел. Конечно, сами натуральные числа к этому непричастны. Проблему создаёт выбор специфического, некорректного способа подсчета, в основе которых явно

лежат методы Кантора, позволяющие получить любой, *произвольный* результат. Поскольку один и тот же метод при его строго *корректном* применении даёт разные результаты, такой метод не может быть верным.

Отрезок и квадрат не равномощны

Пожалуй, одним из наиболее известных результатов исследований Кантора является доказательство равномощности точек отрезка и квадрата, то есть, равной мощности (количества) точек в прямом отрезке и квадрата со стороной, равной этому отрезку. Но в своём доказательстве Кантор использует противоречивый, нелогичный метод. На самом деле мощность множества (количества) точек квадрата на отрезке имеет более высокий порядок, чем мощность множества точек отрезка. То есть, больше в бесконечное число раз.

Есть наглядный и предельно простой способ показать это: нужно отрезок просто наложить на квадрат. Под отрезком окажутся все тождественные ему точки квадрата. Остальные точки квадрата образуют отдельное бесконечное множество точек, очевидно, большей мощности. Если же отрезок длиннее стороны квадрата, то, казалось бы, можно найти такой квадрат, который будет содержать меньше точек, чем эта линия:

"Разумеется, можно разломать прямую линию на отрезки, длина которых равна стороне квадрата, и после этого каждый отрезок поместить в квадрат так, чтобы они не пересекались друг с другом" [3, с.59].

Это верно, но ломать линию совсем не обязательно. В доказательстве Кантора длина линии всегда равна стороне квадрата. Однако, может быть, разлом линии в цитате предложен для того, чтобы завуалировать, спрятать фактическое опровержение этого доказательства? Действительно, если наложить отрезок на квадрат, то их точки будут отождествлены, причем, вопреки Кантору, у квадрата точек окажется несопоставимо больше, чем у линии. Как бы то ни было, в цитате отчетливо просматривается мысль, что линия содержит меньше точек, чем квадрат. По аналогии с таким разбиением возникло и обратное предположение:

"Но вдруг и квадрат можно как-то разбить на части, а потом эти части положить на прямую, чтобы они не задевали друг друга?" [3, с.59].

Алгебраически с учетом равной метрики, в принципе, это возможно: вытянуть квадрат в линию. Но и такой способ совмещения, алгебраический сразу же высвечивает противоречивость решения Кантора. К сожалению, автор цитаты не стал развивать эту идею дальше.

Для сравнения двух множеств точек следует попытаться установить однозначное соответствие между этими точками, то есть, показать, что точки обоих этих множеств можно объединить, скажем, в такие пары (A, B), что каждый элемент, каждая точка A принадлежит линии, а каждый элемент, точка B – квадрату, причем каждый из элементов A и B попал только в одну пару [3, с.59].

Согласно Кантору два бесконечных множества точек – линия и квадрат – имеют одинаковое количество элементов, если между этими элементами можно установить указанное однозначное соответствие. В математике обычно говорят о мощности множества, условно подразумевая под нею количество его элементов. Следовательно, отрезок и квадрат, построенный на нем, по Кантору имеют одинаковую мощность. Метод, который он использует для этого доказательства, состоит в следующем. В системе координат x0y простроен квадрат ABCD, причем его вершина A совпадает с началом координат, а вершина B лежит на оси x. Отмечается, что не всякий способ позволяет установить взаимное однозначное соответствие между точками квадрата и отрезка:

"Проектирование точек квадрата на отрезок AB здесь не помогает, ведь при проектировании в одну точку отрезка перейдет бесконечное множество точек квадрата (например, в точку A – все точки отрезка DA)" [3, с.77].

Однако такое обоснование нас, разумеется, устроить не может, поскольку это решение верное, фактически является доказательством неравенства множеств. Тем не менее, оно все-таки отбрасывается под весьма надуманным предлогом. Взамен приводится ошибочный, хотя, следует признать, довольно изящный механизм отождествления. Координаты каждой точки квадрата можно представить в мнемоническом виде:

$$x = 0,\alpha_1\alpha_2...\alpha_n...$$

$$y = 0,\beta_1\beta_2...\beta_n...$$

В этих записях каждый символ α, β представляет собой какую-либо цифру из 0...9. То есть, *x* и *y* – это просто два дробных числа, меньшие единицы. Здесь следует, кстати, выразить недоумение по поводу отождествления чисел вида 0.50000... и 0.499999....

"...например, 0,500000... и 0,49999999...— это одно и то же число. Для определенности будем пользоваться записью с нулями" [3, с.73].

В частности, вопрос: отождествляются только такие числа? А, например, числа 0.550000... и 0.549999... не отождествляются по такому же принципу? Это правило, собственно говоря, не выдумка. Например, его использует офисная программа MS Excel, правда, с противоположной "определенностью". Там любое целое число в одном из представлений так и записывается: с множеством девяток в конце. Но в нашем случае мы рассматриваем числа в их *абсолютном* смысле. Поэтому число 0.5000...1 и число 0.5, число 0.4999...9999... или даже 0.4999...9998... – это *разные* числа. Если же вводить указанное правило (округление), то следовало бы и здесь дать веские обоснования, почему такой участи избежали, например, числа 0.549999... или 0.22229999..... Чем они кардинально отличаются? Если же правило распространить и на них, то сразу же образуется счетная бесконечность чисел, отброшенных в результате безосновательного округления.

Итак, после тривиального преобразования координат точки квадрата в мнемоническую запись, с ними производится столь же изящная манипуляция, которая, тем не менее, не имеет веско аргументированного, рационального смысла. Перетасовыванием знаков двух чисел формируется новое число:

$$z = 0,\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2\alpha_3\beta_3...\alpha_n\beta_n...$$

Обратим внимание на следующее интересное замечание и на приведенный далее способ отождествления:

"... для простоты мы не берем точки квадрата, лежащие на его сторонах, а берем лишь внутренние точки ... Нам надо теперь найти точку Q отрезка AB, соответствующего точке T" [3, с.78].

Точка T – это точка в квадрате с указанными координатами *x* и *y*. Координата точки отрезка выбирается по принципу Q = *z*. Далее делается ожидаемый вывод: точке T квадрата поставлена в соответствие точка Q отрезка [0, 1]. Следовательно, различным точкам квадрата соответствуют разные точки отрезка и тем самым установлено взаимно однозначное соответствие между точками квадрата и точками отрезка. Из этого сразу же делается вывод, что множество точек квадрата имеет такую же мощность (количество), что и множество точек отрезка (их количество).

Такие выводы противоречат не только здравому смыслу, но и логике, поскольку налицо подмена понятий. Сначала обратим внимание на то, что же отождествляется. А отождествляется *координата* точки отрезка и некоторое *комбинационное* число, которое вообще-то координатой не является. Действительно, координатой чего мы можем признать сборку – число *z*? Какое отношение эта комбинация знаков имеет к координатам *x, y* точки квадрата? Координаты – это *два* числа (так сказать, две штуки), а *z* – это *одно* число (одна штука). По существу, число *z* является для координат *x, y* своеобразным *индексом*. Иными словами, мы здесь отождествили не две точки, а точку и некий индекс. Но индекс чего? Квадрат – это плоская фигура, следовательно, каждая его часть изначально должна рассматриваться как такая же плоская фигура, фигура с площадью. И мы фактически отождествили не две точки, а точку и площадку, бесконечно малый квадрат. Размеры точек на линии и точек, площадок на квадрате разные, хотя и те и те бесконечно малы.

Конечно, для отождествления это не является противоречием. Мы можем, например, отождествить 10 яблок и 10 уток. Или 200 кресел в кинотеатре и 200 зрителей. Но при этом следует помнить, что равны не они сами по себе, а их количества. В доказательстве Кантора, вроде бы, так и говорится, что равны мощности, равны количества. Однако преподносится это так, что создается впечатление, будто эти сравниваемые множества равны не только по своим количествам, мощности, но и равны буквально – точка на линии тождественно равна точке на квадрате. При таком подходе можно отождествить *любые* бесконечности, просто отбросив их качество и оставив лишь безликое количество. Все зависит только от искусства отождествителя. Приведем простой пример.

Точки любой линии на плоскости характеризуются двумя координатами. Точно так же и в рассмотренном примере все точки линии имеют две координаты, одна из которых просто равна нулю. Теперь становится понятно, для чего мы обратили внимание на замечание "*для простоты мы не берем*". На самом деле в таком упрощении преследовалась цель упростить организацию *подмены понятий*. Ведь если у линии признать наличие *имеющейся на самом деле* второй координаты, то и

для неё пришлось бы также формировать комбинированное число – индекс. Действительно, если вернуть в рассмотрение и стороны квадрата, то одна из них совпадет с отождествляемой линией. В этом случае надо было бы *веско обосновать*, почему координаты нижней стороны квадрата преобразуются в число *z*, а линия, полностью *совпадающая* с этой стороной, по-прежнему описывается одной координатой, хотя у неё однозначно имеется и вторая? Ясно, что разумные обоснования этого просто *невозможны*. Если же вернуть линии её законные права на вторую координату, то все её собственные числа *z* будут начинаться с нулевого знака. То есть, с линией можно будет отождествить только одну *единственную* линию квадрата – его нижнюю сторону, предусмотрительно отброшенную. Соответственно, мощность множества точек линии окажется меньше мощности точек квадрата в счетное число раз, то есть, в бесконечное. Мощность множества точек квадрата имеет более высокий порядок. Просто результат зависит от способа подсчета и может быть выбран на любой вкус. Два способа мы уже увидели. Вот еще несколько.

Рассмотрим эти два объекта в единой метрической системе единиц, в которой размер точки квадрата равен размеру точки линии. Это естественное разумное предложение: бессмысленно приравнивать, скажем, два *куска* золота, размеры которых неизвестны. Длина стороны квадрата равна *a*, следовательно, метрически он содержит a^2 точек. Отрезок по этой же причине содержит *a* метрических точек. Другим словами, квадрат и линия метрически тождественны. Тогда линия длиной *a*n будет содержать заведомо больше точек, чем квадрат, если $n > a$.

Такой же результат можно получить и иначе. Возьмем тот же квадрат и разделим его на 4 части. Нижний ряд, два вновь образовавшихся квадрата назовём *условно* линией. Пока эти два нижних новых квадрата, понятно, на линию не похожи.

Теперь разделим эти 4 квадрата ещё на 4 части каждый. Нижний ряд из 4 квадратов по-прежнему будем считать линией. Затем вновь каждый квадрат разделим крестом на 4 части. Теперь уже нижний ряд из 8 мелких квадратов отдаленно напоминает некую линию. Посчитаем, отношение количества этих квадратиков в исходном квадрате к их количеству на прообразе линии. По пройденным шагам деления эти отношения равны: 2, 4, 8. Легко обнаружить, что эти отношения будут возрастать по мере дальнейшего деления квадратов по уравнению $2^n \times 2^n$. Каждый из сомножителей означает, соответственно, деление по вертикали и по горизонтали. Продолжим такое же деление до бесконечности: $n \to \infty$.

Очевидно, что все квадратики станут бесконечно малыми, превратятся в точки и исчезнут из видимости. При этом и линия станет тем, чем мы её обычно и представляем – линией с нулевой толщиной. Что важно, в этом случае и квадрат и линия состоят из *одинаковых* точек. И количества этих точек будут для квадрата – $2^n \times 2^n$, для линии – 2^n. Отношение количеств или мощностей точек квадрата к точкам линии будет равно 2^n. При увеличении числа шагов деления до бесконечности отношение также увеличится до бесконечности. Это значит, что мощность множества точек квадрата имеет более высокий порядок, чем мощность множества точек отрезка. Конечно, этот способ относится более к алгебре, чем к геометрии, поэтому в нём подмены с отождествлением скрыть труднее.

Наконец, можно рассмотреть и классический способ подсчета. Для этого возьмем одну из горизонтальных линий квадрата и начнем пересчитывать на ней точки: 1, 2, 3 и так далее. Поскольку координаты точек на отождествляемой линии совпадают с одноименными координатами линии квадрата, то будет пересчитывать одновременно и их: 1, 2, 3 и так далее. Это самый правильный способ пересчета и отождествления. Очевидно, что мы получим два тождественных счетных множества, однозначно отождествив все точки линии со всеми точками на одной из линий квадрата. Остальные линии квадрата, с другими координатами, разумеется, останутся без номеров. Вряд ли этому следует удивляться: физически и геометрически две линии тождественны. Следует отметить, что здесь мы пересчитываем не координаты, которые обозначаются действительными числами, необоснованно признанными несчетным множеством.

Таким образом, после завершения счета мы обнаруживаем, что одна единственная линия квадрата и отождествляемая с ним линия имеют равные мощности или количества точек. Но на квадрате таких линий – счетное множество (помним и отвергаем утверждение о несчетности множества действительных чисел). Следовательно, общее число точек на квадрате в счетное множество раз превышает число точек на любом его отрезке и отождествляемой линии.

Однако все рассмотренные отождествления, зависимые от способа счета, построены таким образом, что подсчет числа точек всегда приводит к результату либо большей, либо равной

мощности множества точек квадрата по сравнению с множеством точек отрезка. Но можно подобрать и такое правило счета, что соотношение изменится на обратное: окажется, что число точек в отрезках является более мощным множеством. Для этого возьмем не один, а несколько одинаковых квадратов, просто выбрав в кубе несколько разных сечений, и одну линию с длиной ребра куба. Попробуем отожествить все точки этих квадратов с точками на линии. Вновь воспользуемся методикой нумерации точек, предложенной Кантором. Для того чтобы точки на квадратах можно было различить и из очевидных соображений мы *обязаны* признать, что квадраты имеют ещё одну координату. То есть, каждая точка квадрата в кубе в этом случае характеризуется тремя координатами:

$$x = 0,\alpha_1\alpha_2...\alpha_n...$$

$$y = 0,\beta_1\beta_2...\beta_n...$$

$$s = 0,\gamma_1\gamma_2...\gamma_n...$$

Для простоты, что, вообще-то, усложняет наше опровержение, ослабляет его, возьмём значения этих координат в кратчайшем виде, в виде единственной цифры от 0 до 9 без последующих дополнительных нулей, что во много раз увеличит число таких комбинированных точек, принадлежащих каждому квадрату. Для определенности возьмем в кубе 10 сечений, причем имеющие точное значение координаты $s = 0$; 0,1; 0,2 ... 0,9. Теперь создадим по методу Кантора новые числа для точек каждого квадрата. Согласно этому методу каждая точка квадрата будет описываться новыми числами:

$$x = 0,\gamma_1\alpha_1\alpha_2...\alpha_n...$$

$$y = 0,\gamma_1\beta_1\beta_2...\beta_n...$$

и полученными из них индексами:

$$z = 0,\gamma_1\alpha_1\beta_1 0\alpha_2\beta_2...0\alpha_n\beta_n...$$

Здесь символом γ обозначен номер квадрата или, что то же самое, его координата. Например, точки квадрата с номером $s = 0{,}5$ будут описываться индексом:

$$z = 0{,}5\alpha_1\beta_1 0\alpha_2\beta_2...0\alpha_n\beta_n...$$

Как видим, закономерно и оправданно все точки и, соответственно, скомбинированные числа отличаются друг от друга, а все точки этого квадрата расположатся на интервале 0,5...0,6 отождествляемой линии и, более того, на линии останется бесконечное число точек, которым не будет соответствовать ни одна точка этого квадрата. Это точки, для которых индекс должен был бы содержать вместо нулей в позициях, кратных трём, другие цифры. Ничего не изменится, если цифру координаты s ставить в тройках последней.

Такая же ситуация будет наблюдаться с индексами и других девяти квадратов. Легко обнаружить, что комбинированные числа каждого квадрата изменяются в диапазонах, соответственно, [0, 0.1), [0.1, 0.2), [0.2, 0.3) и так далее. Таким образом, мы разместили все точки десяти квадратов на одной линии [0, 1], причем на линии осталось бесконечное число незанятых точек. Получается, что мощность множества, количество точек квадрата имеет меньший порядок, чем мощность множества точек любой линии. В нашем случае – более чем в десять раз. Но мы могли использовать и другое количество квадратов. Тогда и их точки оказались бы во взаимном однозначном соответствии с точками *части* отрезка. В этом случае соотношение мощностей станет еще больше и даже, по желанию, в любое число раз.

Итак, даже при ослаблении нашей аргументации мы приходим к выводу, который противоречит выводу Кантора об их равенстве. Два способа нумерации, основанных тождественно на одном и том же методе, приводят к несовместимым, противоположным выводам. Поэтому этот метод Кантора логически неверен, ошибочен. И вновь возникает риторический вопрос, какой же в этом случае метод верный? Методов группировки может быть сколько угодно, поэтому верным является только один метод – без группировки, то есть, сравнивать можно только равнозначные объекты – линию с линией. В этом случае вывод однозначный – множества точек линии и квадрата не равномощны. Самым простым и наглядным способом определения этого является простое наложение линии на квадрат и отождествление соприкоснувшихся точек.

Практически такая же противоречивая ситуация возникает и при отождествлении двух противоположных сторон квадрата: верхней и нижней, либо любых двух средних линий квадрата. Возникает совершенно противоестественная ситуации: эти пары линий вообще нельзя отождествить,

поскольку нумерация их точек не имеет одинаковых значений. Верхняя сторона квадрата должна иметь по Кантору значения, начинающиеся с 9, нижняя – с 0, а средние, например, с 3 или 5.

Очевидно, что такой принцип "сколько будет? а сколько надо?", к которому, по сути, сводятся методы Кантора, не может служить основой для корректного математического приема. Но в чем же состоит хитрость, изюминка, так сказать, канторовского метода отождествления? По какой загадочной причине происходит такое противоестественное отождествление? В чем его тайный механизм? Ведь мы же четко видим, что каждой точке квадрата можно однозначно привязать каждую точку линии, причем ни одна из точек не останется без своей единственной пары. А тайна, в сущности, предельно проста. Покажем это на еще одном несколько отвлеченном, но подобном примере.

Возьмем для лучшей визуализации квадрат с бесконечным числом точек в количестве... 1000×1000. Конечно, это на самом деле не бесконечность, но число все-таки очень большое – миллион точек, пересчитать которые вручную будет весьма непросто. Выберем на этом квадрате одну линию, нижнюю грань квадрата. Согласно методу Кантора присвоим какой-то точке квадрата индекс:

$$x = \alpha_1\alpha_2...\alpha_n... \qquad = 008$$

$$y = \beta_1\beta_2...\beta_n... \qquad = 010$$

$$z = \alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2\alpha_3\beta_3...\alpha_n\beta_n... \quad = 00.01.80 = 000180$$

Здесь индекс z сначала представлен с разделительными точками, чтобы было видно, как он образован. Итак, мы получили число z, которое, видимо, точно имеется на отрезке [0, 999]. Правда, настораживает число нулей в этом индексе. Поэтому возьмем для уточнения другую точку на квадрате:

$$x = \alpha_1\alpha_2...\alpha_n... \qquad = 018$$

$$y = \beta_1\beta_2...\beta_n... \qquad = 025$$

$$z = \alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2\alpha_3\beta_3...\alpha_n\beta_n... \quad = 00.18.25 = 001825$$

Что-то у нас, как видим, пошло не так. Сразу же можно сделать вывод: на линии [0, 999] такой точки *точно* нет. В чем же дело? Мы в точности следовали методу Кантора, просто использовав отрезок не [0, 1], а более длинный [0, 999]. Принцип тот же, а размеры фигур явно не должны влиять на результат. Иначе получается противоречие: квадрат и линия размером [0, 1] тождественны по мощности, а квадрат и линия [0, 999] имеют уже разные мощности.

Однако именно в этом и состоит хитрость, а по сути подмена понятий в методе Кантора. В нашем случае мы можем попытаться решить проблему такой же дополнительной хитростью. Просто добавим в нашем индексе... запятую. В этом случае подозрительно большое количество нулей сразу превращается в нужное количество:

$$z_1 = 00.01.80 = 000{,}180$$

$$z_2 = 00.18.25 = 001{,}825$$

Вот теперь-то каждая из этих точек уже обязана найти своё соответствие на линии. Но возникает другое противоречие. Координаты всех точек квадрата и линии – целые натуральные числа. А здесь мы получили числа дробные, поэтому отождествлять эти индексы с точками линии мы не имеем права. Зато мы обнаруживаем ту самую загадку метода Кантора для отрезка [1, 0]. Фактически индекс формируется методом, схожим с умножением двух чисел. В нашем случае это соответствие должно выглядеть примерно так:

$$z_1 = x_1 \times y_1 = 008 \times 010 = 000800$$

$$\textit{вместо}\ z_1 = 000180$$

и для второго примера:

$$z_2 = x_2 \times y_2 = 018 \times 025 = 000450$$

$$\textit{вместо}\ z_2 = 001825$$

Для сравнения приведем и третий пример:

$$z_3 = x_3 \times y_3 = 555 \times 777 = 431235$$

$$\textit{вместо}\ z_3 = 575757$$

Как видим, оба метода – умножение и перетасовка цифр – дают числа одного и того же порядка с разрядностью площади квадрата (миллион). При этом можно догадаться, что количество *разных* произведений координат ровно в два раза меньше, чем количество пар сомножителей, поскольку они могут меняться местами. Действительно, пар сомножителей ровно миллион, следовательно, и произведений тоже ровно миллион. Поскольку существуют симметричные пары сомножителей, то их произведения равны. Следовательно, количество *уникальных* произведений равно полумиллиону. Мы полагаем, что произведения разных чисел дают разные результаты.

При перетасовках цифр смешиваемых пар также ровно миллион, следовательно, и результирующих чисел с перетасованными цифрами также будет миллион. Но в этом случае, что довольно странно, среди них не будет одинаковых. Иначе говоря, при умножении пар какие-то значения в ряду из миллиона чисел будут отсутствовать. Это легко обнаружить: при перетасовке пар может быть получено число 999 999, но при умножении пар такое число получено быть не может – максимальное значение произведения равно 998 001. И таких "отсутствующих" произведений пар – ровно полмиллиона.

Метод Кантора, несомненно, выгоден тем, что каждая точка получит свой индивидуальный, уникальный индекс. Однако таких индексов будет заведомо больше, чем элементов в строке, следовательно, и в отождествляемой линии. Искусственно введенная запятая сжимает эти числа до интервала отрезка [0, 999], но множество из них сразу же становятся дробными, то есть, объективно не могут этому отрезку принадлежать. Увеличение до бесконечности дискретности квадрата и линии сохранит эту тенденцию.

А что же с исходным методом Кантора для отрезка [0, 1]? Там, как видим, произведена точно такая же замена умножения двух чисел на перетасовку их цифр, позволившая получить нужное количество индексов. Порядок чисел при умножении и перетасовке по-прежнему один и тот же. Однако индексы или произведения координат имеют больший *порядок* дискретности, чем каждая из координат, в том числе, и точки отождествляемой линии. И здесь происходит всё та же подмена понятий при подсчете числа элементов в ряду, что и при подсчете числа четных чисел в натуральном ряду. Только здесь каждой точке линии соответствует бесконечное число индексов точек квадрата. И вот почему.

Понятно, что в числах с бесконечным числом знаков разглядеть это весьма непросто, тем более что все они выглядят одинаково, поскольку одинаково начинаются – с нуля и запятой после него. Сравнивая числа – координату линии (q) и координатный индекс z(x, y), например, для q=x=y=0,1 (точное значение), мы находим z=0,11. Дискретность z в этом случае в 10 раз выше, чем дискретность q. То есть, между двумя дискретными значениями q=0,1…0,2 поместится десять подобных индексов. Если q=x=y=0,12345, то z=0,1122334455 и дискретность z уже в 100 000 раз больше дискретности q. Следовательно, между точками q=0,11223…0,11224 (это точные значения) поместится 100 000 индексов с дискретностью z. Другими словами, беря две координаты с некоторой дискретностью (числом знаков после запятой), мы получаем индекс с удвоенной дискретностью и степенным увеличением их количества. Сравнивая координаты линии и индексы, мы сравниваем фактически не их значения, которые предельно скрыты от нас из-за их бесконечной длины, а их порядковые номера, которые для счетных множеств, разумеется, всегда найдут соответствие.

Описать этот процесс однозначно и максимально развернуто крайне сложно. Поэтому ещё раз обратимся к примеру. Пусть отрезок [0, 1] состоит из миллиарда (10^9) точек, а соответствующий ему квадрат, следовательно, содержит 10^{18} точек. Эти числа являются так же и количествами их порядковых номеров, эквивалентами мощностей этих множеств. Сразу же обнаруживаем, что на линии точек меньше, чем в квадрате. Если постоянно удваивать количество точек вплоть до бесконечности, это отношение будет только возрастать.

Если для отождествления мы возьмём произвольную точку указанного квадрата, то её координатный индекс будет содержать 10^{18} знаков после запятой. И мы не имеем никакого права отождествлять этот индекс с точкой на линии, поскольку на ней допустимы только числа с 10^9 знаков после запятой, таких "мелких" точек на линии просто нет. При увеличении дискретности квадрата и линии это расхождение будет расти по квадратичному закону.

Кстати, здесь мы наглядно обнаруживаем абсурдность сравнивания количества чисел натурального ряда и его части. Мы можем диагональным процессом Кантора перенумеровать точки линии и квадрата, даже не формируя для них индексы, и получим при этом равенство их количества. Однако мы только что увидели, что такое равенство противоречиво, а попросту его нет.

Следовательно, и сравнивание количества членов множеств путем их пересчитывания – это в общем случае опасный метод, позволяющий получить *любой* желаемый результат, и которым следует пользоваться предельно продуманно, осторожно. Действительно, мы можем сравнивать точки линии и квадрата таким же простым пересчетом, получив в обоих случаях бесконечность. Но это *разные* бесконечности, бесконечности разной мощности.

Счетность точек на отрезке

В связи с хитростями нумерации нередко вспоминают еще одно доказательство Кантора – о невозможности никаким способом сосчитать число точек на отрезке прямой. Утверждается, что их нельзя перенумеровать с помощью бесконечного ряда натуральных чисел, приписывая каждой точке свой номер, в каком бы порядке мы ни выбирали эти точки. Всегда останется хотя бы одна точка, на которую не хватит номера.

Перенумеровать или, тождественно, пересчитать бесконечное количество чего-либо, в том числе, сосчитать точки отрезка, действительно, невозможно физически. Однако приводимое затем доказательство, как правило, начинается со слов: «Представим, что вопреки нашему утверждению кому-то удалось перенумеровать точки этого отрезка», после чего приводятся хитрые комбинации с нумерацией. Но здесь следует напомнить фундаментальный принцип классической логики и классической математики, который постулирует полное отрицание актуальной бесконечности: «Infinitum Actu Non Datur» (Аристотель) – «актуальная бесконечность не существует». Принцип утверждает потенциальный, т.е. принципиально незавершаемый характер бесконечности множества. Актуальная, то есть, *пересчитанная* бесконечность лишена смысла. Действительной бесконечностью может считаться лишь потенциальная бесконечность, завершить счет членов которой невозможно. Поэтому приводимое доказательство на этих словах можно и прервать – оно некорректно с самого начала. Впрочем, в этом вопросе особое мнение, которое тоже следует признать некорректным, приписывается Давиду Гильберту. По мнению немецкого математика, одного из величайших умов своего времени, главное различие между актуальной и потенциальной бесконечностью заключается в следующем. Потенциально бесконечное есть всегда нечто возрастающее и имеющее пределом бесконечность, тогда как актуальная бесконечность – это завершённое целое, в действительности содержащее бесконечное число предметов [4]. Вероятно, в качестве примера можно привести ряд из обратных степеней двойки. Число членов этого ряда равно бесконечности, но каждый его член не возрастает, а, наоборот, стремится к нулю. Тем не менее, целым можно признать сумму ряда, которая в точности равна 2. Здесь присутствует бесконечный предел, но который не равен бесконечности, а, напротив, является завершенным целым – 2, поэтому такой ряд, казалось бы, должен быть одновременно и потенциальной и актуальной бесконечностью. Но сравнение суммы ряда с количеством его членов явно лишено смысла.

Счетность всех действительных чисел

Вместе с тем, невозможность подсчета точек на отрезке в любой последовательности рассматривается в более широком смысле. Отрезок идейно отождествляется с числовым континуумом, в частности, отрезок $[1, 0]$ получает смысл континуума, количества всех действительных чисел, не превышающих единицу. И в этом смысле с опорой на методологию счета Кантора утверждается, что множество всех действительных чисел несчетно, то есть, невозможно их пересчитать, присвоив каждому из них некоторое натуральное число – номер, поскольку всегда останутся непронумерованные числа [3, с.73–74]. Вообще-то, на первый взгляд, интуитивно это выглядит вполне разумно. Рассмотрим, например, следующую явно бесконечную последовательность действительных чисел:

0,12345... (2)
1,23456...
12,3456...
123,456...

В этих числах запятая просто занимает позицию n, представляющую натуральное число, поэтому количество чисел в указанной последовательности в точности равно числу строк, n, где n равно бесконечности. Поскольку все номера натуральных чисел использованы для нумерации этих действительных чисел, то очевидно, что остальное множество действительных чисел осталось без номеров, то есть их множество – несчетно.

Еще один интересный вариант подсчета количества точек на отрезке можно встретить в популярной литературе. Нетрудно догадаться, что и в этом примере использованная методика счета

ошибочна и ведет к ошибочному выводу. Несложное доказательство содержит не очень сильно скрытую, хотя никем и не замеченную подмену понятий. Итак:

"... несложно доказать, что множество всех точек на прямой линии несчетно. Вместо этого множества можно говорить о множестве всех действительных чисел, так как каждой точке прямой соответствует действительное число и обратно. Каждое действительное число можно записать в виде бесконечной десятичной дроби вида $\alpha,\alpha_1\alpha_2\alpha_3...\alpha_n...$" [3, с.73].

Как видим, ряд знаков имеет бесконечное счетное количество цифр, и резонно предположить, что так же считает и автор доказательства.

"Предположим, что нам удалось каким-то образом перенумеровать все действительные числа. Чтобы доказать, что это предположение неверно, достаточно построить хоть одно незанумерованное число. ... поступим следующим образом. Сначала напишем нуль и поставим после него запятую. Потом возьмем число, получившее первый номер, и посмотрим на его первый десятичный знак после запятой (то есть на число десятых)" [3, с.73].

Для определенности заметим, что поиск незанумерованного числа производится, как можно догадаться, на отдельном интервале всех действительных чисел [0, 1], то есть, $\alpha=0$. Сразу же укажем на очевидное, но, похоже, также незамеченное обстоятельство, как в этом рассуждении, так и в предыдущем доказательстве: на самом деле у второго числа вторая цифра тоже будет 0. И у третьего. И у четвертого. И у числа, занимающего бесконечно большую позицию. На словах эта неточность, ошибка, возможно, не совсем ясна, поэтому на рис.1 она показана на непосредственном "виновнике торжества" – на оцифрованном отрезке. На рисунке видно, что первая цифра после нуля будет отличной от нуля, единицей только после точки 0,1 отрезка. На интервале от 0 до 0,1 содержится счетное (пока оспариваемое) количество точек. Во всяком случае, это не одна, не миллион и даже не гугл точек, равный 10^{100}, а в бесконечное число раз больше.

Рис.1. Оцифрованный отрезок, частный интервал всех действительных чисел

У всех этих чисел первой цифрой после запятой будет ноль, а чисел, имеющих бесконечное число нулей после запятой, будет также бесконечное, счетное количество. Поэтому просматриваемые числа будут бесконечно долго находиться вблизи нулевой точки, в самом начале отрезка [0, 1].

"Если эта цифра отлична от 1, то в числе, которое мы пишем, поставим после запятой 1, а если эта цифра равна 1, то поставим после запятой 2" [3, с.73].

Еще раз отметим, что отличная от единицы цифра в первой позиции после нуля первого числа будет нулем. Следовательно, в "искомом" числе после запятой первой будет 1. То есть, число будет 0,1. Сразу же на рисунке находим, что эта точка на отрезке есть – это точка 0,1.

"Затем перейдем к числу, получившему второй номер, и посмотрим на его вторую цифру после запятой. Снова если эта цифра отлична от единицы, то в числе, которое мы пишем, поставим на месте сотых цифру 1, если же эта цифра является единицей, то поставим цифру 2" [3, с.73].

Как и в предыдущем случае, вторым знаком после нуля опять будет ноль, поскольку точки расположены рядом и их номера различаются лишь в очень далекой позиции после нуля. Следовательно, и вторая цифра искомого числа вновь будет 1. То есть, это будет число 0,11. По рисунку видно, что и эта точка на отрезке имеется. Она находится правее точки 0,1 и отстоит от неё примерно на 1/10 отрезка от 0,1 до 0,2.

"Точно так же будем действовать и дальше, каждый раз обращая внимание лишь на n-ю цифру числа, получившего n-й номер. В результате мы выпишем некоторое число, например, N=0,1121211. . . [3, с.73-74].

Но мы уже можем заметить, что такое число не получается. А получится число 0,11111..., в котором цифра 2 появится очень и очень не скоро. И эта новая цифра, двойка также будет тиражироваться многократно, бесконечно. В конечном счете, формируемое число примет вид:

N=0,1111111…2222222...1111111…2222222...

Кстати, можно догадаться по алгоритму, что число будет в основном состоять из единиц, поскольку из 10 цифр единица, которую помечаем двойкой, только одна.

"Ясно, что это число не получило никакого номера: в первом десятичном знаке оно отличается от числа с номером 1, во втором — от числа с номером 2, . . ., в n-м — от числа с номером n и т. д." [3, с.74].

Это глубокое заблуждение. Указанные совпадения, действительно, на первом участке отрезка отсутствуют. Однако это найденное число совпадает в первом знаке с бесконечным множеством чисел, соответствующих другой точке отрезка – [0.1, 0.2]. Первым и вторым знаками оно соответствует множеству чисел следующих точек этого отрезка. Первым, вторым и третьим – следующему множеству точек отрезка. И так далее – до бесконечности! Проще говоря, "найденное" число будет находиться правее числа 0,111... и бесконечно близко к нему, никогда не достигая числа 0,12.

"Чтобы читателю стало яснее, как выписывается число, не получившее номера, предположим, что при выбранной нумерации первые пять чисел имеют следующий вид:

4,27364...
—1,31226...
7,95471...
0,62419...
8,56280... " [3, с.74].

Здесь очевидна мелкая неточность, поскольку автором, судя по всему, и как отмечено выше, выбран интервал [0, 1], а на этом интервале приведенных чисел при выбранной нумерации не будет никогда. Однако эту неточность оставим без критики, просто заменив в них цифру перед запятой на ноль, поскольку пояснение вполне верно описывает сам принцип формирования искомого числа.

"Тогда число, не получившее номера, будет начинаться со следующих десятичных знаков: 0,12121 . . . Разумеется, не только это, но и многие другие числа не получили номеров (мы могли бы заменять все цифры, кроме 2, на 2, а цифру 2 на 7 или выбрать еще какое-нибудь правило). Но нам достаточно существования одного-единственного числа, не получившего номера, чтобы опровергнуть гипотезу о возможности нумерации всех действительных чисел" [3, с.74].

Еще раз отметим, что доказательство на самом деле рассматривает *бесконечно малую часть* всех действительных чисел – на интервале [0, 1]. При этом предложенный способ просмотра чисел изначально некорректен. При таком способе *все просматриваемые* действительные числа на этом интервале реально будут сгруппированы возле нулевой точки. И ожидаемого числа 0,12121, приведенного в качестве примера, получено не будет вообще. А будет образовано указанное выше число N из бесконечного количества единиц после запятой.

Следовательно, в этом отношении доказательство не может достичь успеха, поскольку полученное число точно имеется на близлежащем интервале. Действительно, на ближайшем интервале от *предполагаемо* пропущенной точки, например, от 0,111 до 0,112 присутствуют *все возможные* комбинации знаков после 0,111 и, в том числе, знаков указанного числа N.

Конечно, в доказательстве явно не указана последовательность номеров чисел. Как вариант, числа интервала могли быть перенумерованы (отсортированы) подряд: сначала все возле нуля, затем до 0,1 и так далее. Но это не обязательно. Более того, существует простой способ, наглядно доказывающий счетность *всех мыслимых* видов чисел. Но сначала давайте рассмотрим некоторые иные возможные способы подсчета.

Очевидно, что указанный традиционный метод доказательства несчетности множества действительных чисел содержит явную логическую ошибку и непригоден сам по себе. Этот метод опирается на предположение "если кому-то удалось все их пересчитать, то можно найти пропущенное".

В предыдущем рассмотренном примере с перестановкой запятой (2) такие пропущенные числа очевидны, например, в нем отсутствуют числа 1,111 и 2,222. Однако и традиционный метод нахождения пропущенного числа изначально содержит логическую ошибку, противоречие. Подбор такого числа дает результат, который *изначально обязательно* должен был быть подсчитанным, пронумерованным натуральным числом.

Покажем эту очевидную логическую ошибку такого нахождения отсутствующего числа в более явном виде. Предположим, что в процессе поиска получено новое число, скажем, 0,7182814159.... Однако это число не является новым, отсутствующим в пронумерованном множестве. Это странным образом не замеченное *очевидное* обстоятельство. Очевидно, что последовательности цифр после запятой всех действительных чисел являются полными,

исчерпывающими, содержащими *все без исключения* их возможные комбинации. То есть, любая наперед заданная комбинация цифр, в том числе и у этого "найденного", *обязательно* присутствует в бесконечном множестве действительных чисел. Более того, любое число с конечным числом знаков как фрагмент, шаблон присутствует в этом ряду бесконечное число раз. Например, "найденных" чисел вида 0,718nnn… – бесконечное множество, как и чисел 0,7182814nnn..., где n – любая цифра, поэтому среди них обязательно имеется и "найденное". Следовательно, любое найденное подобным образом число, обязательно имеется среди подсчитанных, то есть, оно пронумеровано, как и любое другое из множества действительных чисел, что означает счетность всех действительных чисел. Связано это с тем, что при поиске отсутствующего числа *количество разрядов* чисел считалось равным общему *количеству чисел*. Однако общее количество чисел, их основание и разрядность связаны простым соотношением

$$N = m^n$$

где

N – количество чисел с основанием m;

m – основание чисел;

n – разрядность чисел.

При использовании описанного метода поиска отсутствующего числа будет просмотрена только их доля:

$$Q = \frac{n}{m^n}$$

Например, в случае пятиразрядных десятичных чисел будет просмотрено только 0,005% от всех чисел. При увеличении разрядности чисел и их массива до бесконечности доля просмотренных чисел будет стремиться к нулю:

$$\% = \lim_{n \to \infty} \frac{n}{m^n} = 0$$

Получается, что в рассмотренном примере доля просмотренных чисел от общего их количества равна нулю, поэтому любое найденное число обязательно будет присутствовать в их полном наборе.

Ошибки в доказательстве многих тезисов Кантора вызваны выбором специфического некорректного метода подсчета числа элементов, неудачного способа записи последовательностей этих элементов, в результате чего отождествление элементов оказалось завуалированным. Вместе с тем существует достаточно очевидный способ записи элементов континуума, позволяющий строго последовательно записать их все.

Покажем это на примере способа записи всех действительные числа, меньших нуля. Способ записи достаточно очевиден: нужно просто записывать после запятой все последовательные натуральные числа в обратном порядке, инверсно, "задом наперед". Например, под номером 12 345 678 будет записано действительное число 0,87654321, а инверсией последовательных натуральных чисел 996, 997, 998, 999, 1000 будет создан следующий фрагмент последовательности действительных чисел:

0,699→0,799→0,899→0,999→0,0001 и так далее. (3)

Такая инверсная запись дробной части чисел, меньших единицы, позволяет записать всю их непрерывную, бесконечную последовательность. Инверсная запись используется для того, чтобы при возрастании номера сохранялись значащие нули, поскольку при обычной записи будут пропущены, например, действительные числа, имеющие нули сразу после запятой. Очевидно, что бесконечная последовательность содержит все без исключения действительные числа, меньшие нуля, в частности, полную дробную часть чисел π (3,14159...) и числа Эйлера – e (2,71828...), основания натуральных логарифмов, . Для удобства эти дробные числа с нулевой целой частью можно представить, например, записью следующего вида:

$$M_0 = 0,\overleftarrow{n} \quad (4)$$

где индекс 0 означает, что все числа этого множества не превышают единицы, то есть, перед запятой у них записан 0, а n со стрелкой влево над ним – это обычное натуральное число, записанное после запятой в обратном порядке как дробная часть этого элемента множества. Очевидно, это число n является порядковым номером соответствующего элемента множества M_0, точки линии.

Теперь возьмем *отрезок*, линию [0, 1] и отождествим каждую точку этой линии с полученной *числовой* последовательностью (4). Очевидно, что каждая точка отрезка будет *единственно* отождествлена с *единственным* числом последовательности, парно. Ни одна точка или число не будут пропущены. Какое бы число мы ни взяли, на линии обязательно будет точка с таким же значением. Наоборот, какую бы мы не взяли точку на линии, этот номер обязательно будет в созданном массиве. Иначе говоря, рассмотренный отрезок числовой прямой [0, 1], континуум оказывается в биективном соответствии со всеми числами созданного множества.

Процесс нумерации элементов массива или точек линии также достаточно очевиден. В этом процессе, как можно обнаружить, точки, элементы линии, числа сформированного ряда, матрицы оказываются расположенными не в виде монотонной последовательности, а "вперемешку".

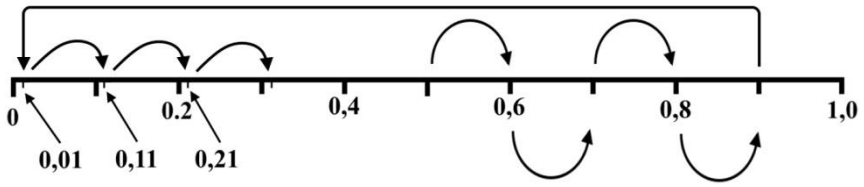


Рис.2. Нумерация точек отрезка

На рис.2 показан фрагмент нумерации точек, начиная с точки 0,5 и заканчивая на точке 0,31. Мы последовательно рассматриваем фрагмент, точки с номерами 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, по которым из выражения (4) определяем значения этих точек: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,01; 0,11; 0,21; 0,31. Как видим, порядковые номера точек равномерно возрастают, но при этом они "скачут" по линии. Отметим главное: фактическое значение точки "возникает" в самом процессе нумерации. То есть, сначала мы выбираем некоторый или очередной, натуральный порядковый номер точки, а затем определяем её местоположение на линии и присваиваем ей этот выбранный номер.

Собственно говоря, нумерация элементов массива и означает присвоение конкретному элементу некоторого определенного номера, как бы навешивание на элемент таблички с номером. Поэтому выбрав элемент, мы можем увидеть его номер, а выбрав номер, узнать, какому элементу он принадлежит. В рассмотренном случае с нумерацией точек линии натуральный порядковый номер, например, 12 389 принадлежит точке на линии со значением 0,98321. Наоборот, точка линии со значением, например, 0,5612999 имеет в массиве порядковый номер 9 992 165.

Такой же алгоритм можно использовать и для нумерации точек плоских или объемных, многомерных объектов, например, точек куба. В случае многомерных объектов номер преобразуется к виду (4) по методу Кантора, созданного им для отождествления точек линии и квадрата [3, с.77].

Предположим, некая точка куба имеет следующие координаты, в которых буквы α, β и γ обозначают любую цифру в этих числах:

$$\begin{aligned} x &= 0,\alpha_1\alpha_2\alpha_3...\alpha_n... && -\textit{столбец} \\ y &= 0,\beta_1\beta_2\beta_3...\beta_n... && -\textit{строка} \quad (5) \\ z &= 0,\gamma_1\gamma_2\gamma_3...\gamma_n... && -\textit{слой} \end{aligned}$$

Используя метод Кантора, формируем из этих чисел новое число:

$$N = 0,\alpha_1\beta_1\gamma_1\alpha_2\beta_2\gamma_2\alpha_3\beta_3\gamma_3...\alpha_n\beta_n\gamma_n... \quad (6)$$

Отсутствующие цифры заменяем нулями. Дробную часть полученного комбинированного числа инвертируем согласно (4), и получаем натуральный порядковый номер рассмотренной точки куба. Например, точка куба с координатами p(x, y, z) = (0,123; 0,321; 0,9171) при комбинировании даст число N=139 221 317 001, что означает порядковый номер точки в бесконечном их массиве, равный 100 713 122 931. Понятно, что обратным преобразованием можно так же найти координаты любой точки по её номеру. Например, точка с порядковым номером 1 234 567 890 имеет в кубе координаты p(0,0741; 0,963; 0,852). Рассмотренный вариант относится к кубу с единичным ребром, но он может быть легко расширен на куб с любым размером ребра, а также на объекты вообще с любым числом измерений.

Наконец, метод позволяет перенумеровать и составные элементы: комплексные числа, кватернионы и тому подобные. Например, комплексное число можно представить в виде

$$z = \alpha_1\alpha_2\alpha_3...,\beta_1\beta_2\beta_3... + i\gamma_1\gamma_2\gamma_3...,\delta_1\delta_2\delta_3...$$

В этой записи буквами α и γ обозначены целая часть числа реальной и мнимой части, а буквами β и δ, соответственно, их дробные части. Например:

$$z = 125{,}2 + i33{,}122$$

Количество цифр α, β, γ и δ в записях может быть любым. Теперь, используя метод комбинации, можно получить число N, инверсная запись которого и будет обозначать натуральный порядковый номер этого числа в их бесконечном массиве. Например, приведенное выше комплексное число будет иметь в бесконечном массиве всех возможных комплексных чисел натуральный порядковый номер 200 123 021 325. Кстати, можно заметить, что в таком массиве первые 10 чисел (0...9) являются реальными, а число i (комплексная единица) имеет порядковый номер 10.

Нетрудно заметить, что нумерация комплексных чисел тождественна нумерации точек квадрата. В этих частных случаях можно легко применить для их нумерации традиционный диагональный процесс Кантора.

Действительно, если составить множество строк, подобных выражению (4), в каждой из которых вместо нуля теперь уже будут записываться последовательные натуральные числа, то образуется квадратная таблица, матрица, содержащая *все без исключения* положительные действительные числа. То есть, запись (4) будет иметь следующую расширенную форму:

$$M_m = \bar{x}, \bar{y} \quad (7)$$

где *x, y* – это обычные натуральные числа, которые, как и выше, записаны в обратном порядке, что обозначено обратными стрелками над ними. Нетрудно догадаться, что эти числа могут обозначать соответствующие координаты точек квадрата. Дублирование строк со знаком минус добавит в таблицу и все отрицательные действительные числа. Если теперь записать матрицу координат точек квадрата по выражению (7) для их подсчета диагональным процессом Кантора [3, с.70], то полученная запись будет иметь, например, такой вид:

0,0→0,1→0,2→0,3→0,4→...→0,01 и так далее.
1,0→1,1→1,2→1,3→1,4→...→1,01 и так далее.
2,0→2,1→2,2→2,3→2,4→...→2,01 и так далее.
3,0→3,1→3,2→3,3→3,4→...→3,01 и так далее.
...
10,0→10,1→10,2→10,3→10,4→...→10,01 и так далее.

Нетрудно заметить, что такая запись содержит весь бесконечный ряд действительных чисел, причем слева (столбцом) и справа от запятой записаны независимые ряды в диапазонах значений от 0 до 1. Понятно, что ряд слева от запятой нужно читать справа налево, добавив в начале него 0 и запятую.

Такая трактовка этих последовательных числовых рядов позволяет присвоить значения их членов координатам точек квадрата, присвоить *каждую пару* этих чисел *x,y каждой* из точек квадрата со стороной 1 – без взаимных пропусков, то есть, обеспечить их полное биективное соответствие. Действительно, каждая точка квадрата на его некоторой, например, горизонтальной линии может быть пронумерована, как и точки линии, дробной частью *x* чисел представленного квадратного массива. Соответственно, каждой линии по вертикали так же может быть присвоен номер *y*, записанный инверсно, то есть, и всё бесконечное множество горизонтальных линий квадрата будет пронумеровано всем рядом действительных чисел, меньших единицы. Теперь все точки квадрата в созданной матрице можно пересчитать диагональным процессом Кантора. Причем, отчетливо видно, что в представленной матрице первая строка номеров точек квадрата *тождественна* строке номеров точек линии (4) при *y* = 0. А это означает, что количество точек на линии в бесконечное число раз меньше количества точек на квадрате.

Конечно, нумерация точек квадрата диагональным процессом менее удобна, чем способом конвертации номеров (6). При конвертации мы легко можем по натуральному порядковому номеру N точки p(*x,y*) определить её координаты *x, y* и наоборот. Использование же в этих целях выражения (7) связано с некоторыми вычислительными трудностями.

Таким образом, приведенные рассуждения позволяют подвести итог и сделать однозначный вывод:

Вся бесконечная последовательность действительных чисел, континуум любого числа измерений являются счётными, все они могут быть пронумерованы натуральными числами.

Счетность всех мыслимых видов чисел

Рассмотрим счетность континуума в еще более широком смысле. Действительные числа являются лишь частью ряда возможных чисел, включающих в себя вещественные, комплексные, кватернионы, гиперкомплексные, поличисла (коммутативно-ассоциативные гиперкомплексные числа), разнообразные многомерные и любые иные виды чисел. Здесь нас не должны интересовать алгебры этих чисел и их свойства. Единственное не обязательное условие – это конечная длина записи составного числа. То есть, запись числа в виде бесконечного ряда коэффициентов мы пока оставим без внимания.

Как составное в общем виде можно записать любое мыслимое число, например, в следующем виде

$$a = \alpha_1 C_1 + \alpha_2 C_2 + \alpha_3 C_3 ... + \alpha_n C_n + ...$$

где

α – любое вещественное число;

С – любой индекс, например, мнимая единица i.

Например, число может иметь вид 2,71828... – действительное число, или 3+2i – комплексное число, или 5+2i+3j+8k – кватернион. Правильно организованный способ подсчета этих чисел позволяет показать счетность всего их ряда. Вообще-то, такой результат является простым следствием принятого способа подсчета. Воспользуемся рассмотренным выше способом записи всех действительных чисел: запишем после запятой все последовательные натуральные числа "задом наперед", а до запятой – в каждом ряду возрастающие натуральные числа на всём числовом диапазоне. Возникает, например, такой фрагмент последовательности действительных чисел (3):

0,699→0,799→0,899→0,999→0,0001 и так далее.

Последовательность чисел в таблице будет содержать все без исключения числа. С действительными числами, видимо, неясностей нет, поэтому покажем, как в этом ряду поместились, например, кватернионы. Для их формирования воспользуемся обратным методом Кантора [3, с.77]. Как известно, он формирует новое число из двух следующим образом (5):

$$x = 0,\alpha_1\alpha_2...\alpha_n...$$

$$y = 0,\beta_1\beta_2...\beta_n...$$

$$z = 0,\alpha_1\beta_1\alpha_2\beta_2\alpha_3\beta_3...\alpha_n\beta_n...$$

У двух действительных чисел x,y берутся цифры после запятой и поочередно вписываются после запятой третьего числа z. Мы проделаем обратную операцию, сформируем из одного числа несколько коэффициентов, например, для кватерниона. Возьмем из полученного ряда какое-либо число z и будем рассматривать его как составное (2), отбросив запятую:

$$z = [\alpha_1\beta_1\gamma_1\delta_1\alpha_2\beta_2\gamma_2\delta_2\alpha_3\beta_3\gamma_3\delta_3\alpha_4\beta_4\gamma_4\delta_4]...$$

Очевидно, что все составляющие число цифры гарантируют любую возможную комбинацию, поскольку ряд чисел z бесконечен. Теперь составим из одноименных цифр новое число, кватернион:

$$q = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 + \beta_1\beta_2\beta_3\beta_4 i + \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4 j + \delta_1\delta_2\delta_3\delta_4 k$$

Здесь в каждом целочисленном коэффициенте показаны только четыре цифры, но, очевидно, их может быть любое количество. Также очевидно, что и самих коэффициентов может быть любое число: один коэффициент – это действительное число, два – комплексное число и так далее. Понятно, что полученный ряд *всех* возможных чисел является счетным, каждое из чисел имеет свой индивидуальный *натуральный* порядковый номер. Счетность ряда обеспечивается, например, использованием метода квадратов, предложенного математиком-филателистом из рассказа об отелях с бесконечным числом номеров [3, с.56], являющимся эквивалентом диагонального процесса Кантора.

Порядок подсчета чисел соответствует правилу нумерации членов ряда, то есть, каждое число из таблицы получит *свой индивидуальный натуральный порядковый номер*, будет пронумеровано. Каким бы ни было количество всех действительных чисел, наше движение не пропустит ни одного из них, и каждое из них получит свой индивидуальный натуральный номер. Таким образом, можно сделать вывод: континуум является счетным. Использованием канторовского метода индексации, мы корректно включаем в этот континуум все мыслимые виды чисел.

Библиографический список:

1. Бесконечность, Википедия, URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Бесконечность

2. Виленкин А., Мир многих миров: Физики в поисках параллельных вселенных. Алекс Виленкин, пер. с англ. А.Сергеева. — М.: АСТ: Астрель : CORPUS, 2010, 303 с.

3. Виленкин Н.Я., В поисках бесконечности.— М.: Наука, 1983, 160 с.

4. Крейг У., Самое начало. Происхождение Вселенной и существование Бога, URL: http://www.otkrovenie.de/beta/xml/other/samoeNachalo.xml

5. Линде А.Д., Инфляция, квантовая космология и антропный принцип. Перевод Карпова С., URL: https://arxiv.org/abs/hep-th/0211048

6. Новиков И. Д., Черные дыры и Вселенная. — М.: Мол. гвардия, 1985. — 190 с., ил.— (Эврика).

Абилов Рашад Саффан оглы
Докторант, научной сотрудник, лаборатория
“Источники альтернативные энергии и малые Электрические станции”, Азербайджанский Научно-Исследовательский и Проектно-Изыскательный Институт Энергетике,
Баку, Азербайджан

Abilov Rashad Saffan oğlu
Doktoral student, researcher, laboratory of
“Alternative energy sources and small power stations”
Azerbaijan Scientific-Research and Design İnstituteof Surveyng Energy, Baku, Azerbaijan
Email: abilov.rashad54@mail.ru

УДК 621.311. 21

АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЯ СПОСОБОВ СНИЖЕНИЯ СТОИМОСТИ СТРОИТЕЛСТВА МАЛЫХ ГЭС АЗЕРБАЙДЖАНСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ANALYSIS AND RESEARCH WAYS TO REDUCE THE COST OF CONSTRUCTION SMALL HYDRO POWER PLANTS OF AZERBAIJAN REPUBLIC

Аннотация: В статье рассмотрена актуальность строительства малых ГЭС в республике Азербайджан при достаточно низкой себестоимости электроэнергии. Значительное снижение стоимости проектируемые малых гидроэлектростанций можно получить засчет применения типовых унифицированных проектов и организации поточного строительства одновременно нескольких малых ГЭС одной строительной организацией.

Abstract: The article considers the relevance of the construction of small hydropower plants in the Republic of Azerbaijan with a fairly low cost of electricity. A significant reduction in the cost of the projected small hydropower plants can be obtained by applying standardized unified projects and organizing the stream construction of several small hydropower plants of the same construction organization at the same time.

Ключевые слова: процентные ставки, гидроэнергетический потенциал, малая ГЭС, капиталовложения, снижение стоимости

Keywords: interest rate, assounting for inflation, hydropower potential, small HPPS,net present value, capital investment.

Одним из наиболее эффективных направлений использования малых местных энергоресурсов возобновляемых источников энергии в России является использование энергии небольших водотоков, обладающих значительным потенциалом при сравнительной простоте их использования, с помощью малых ГЭС. При этом необходимо отметить, что экономический потенциал малой гидроэнергетики превышает экономический потенциал таких возобновляемых источников энергии, как: ветер, солнце и биомасса вместе взятые.

В этой связи возрастает интерес к использованию энергии малых рек и водотоков. Тем более, что гидроэнергетические проекты требуют больших капиталовложений, иногда в несколько раз превышающие этот показатель для электростанций на газе, но, в то же время, расходы при производстве электроэнергии намного ниже. Строительство малых ГЭС требует меньших начальных инвестиций, поэтому это более реально в современных экономический условиях.

Важным направлением повышения эффективности малых ГЭС является сокращение сроков проектирования и строительства. При широком использование унифицированных проектов многие зарубежные фирмы обеспечивают ввод в эксплуатацию малых ГЭС спустя 12-15 мес. После получения заказа. Применение унифицированных проектов позволяет также уменьшить стоимость их строительства. Поэтому унификация проектных решений малых ГЭС является особенно актуальной.

Следовательно, значительное снижение стоимости строительства малых ГЭС можно получить засчет применения типовых унифицированных проектов и организации поточного строительства одновременно нескольких малых ГЭС одной строительной организацией. Однако многие зарубежные фирмы отмечают,что использование унифицированных проектов возможно

лишь для малых ГЭС мощностью до 5тыс.квт. Строительство малых ГЭС мощностью более 5 тыс. кВт рекомендуется вести по индивидуальным проектам **[1,2,3].**

Рентабельность проекта МГЭС определяется следующие формулы **[1,2].**

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{G}_{\text{год.}} - \boldsymbol{U}_{\text{изд.}}}{\text{К}_{\text{мгэс}}}\mathbf{100}\%; \qquad \textbf{(1)}$$

К$_{\text{мгэс}}$ – капиталовложения МГЭС ,$;

Р- рентабельност отдельных проектов , %;

$U_{\text{изд.}}$ – издержки от стоимости выработки среднее годовой энергии,$;

Тогда, для Белокан-1 МГЭС напишем:

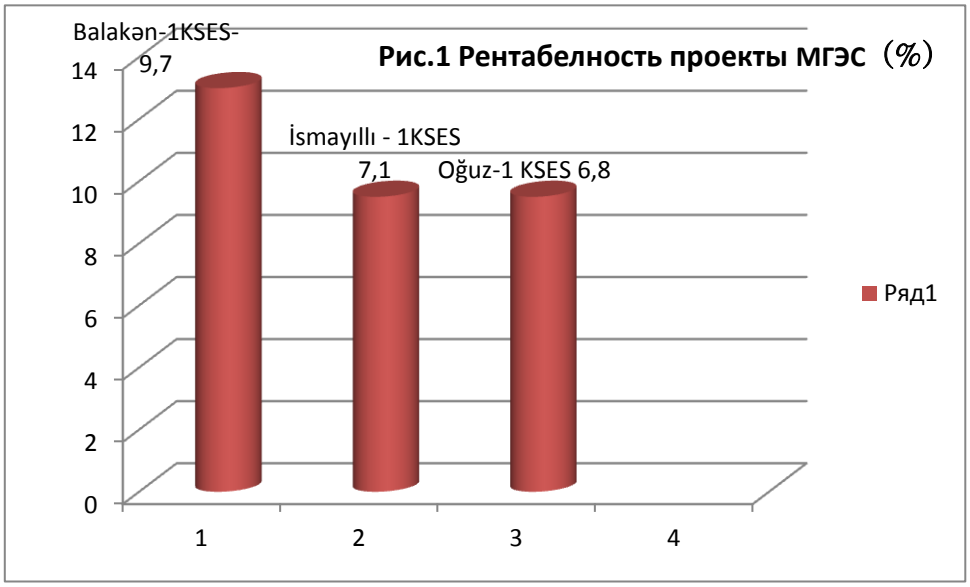
$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{G}_{\text{год.}} - \boldsymbol{U}_{\text{изд.}}}{\text{К}_{\text{мгэс}}}\mathbf{100}\% = \frac{\mathbf{524400-130700}}{\mathbf{4069964{,}34}}\mathbf{100}\%\ \mathbf{0{,}097.100 = 9{,}7}\%.$$

Снижение стоимости строительства малой ГЭС засчет унификации и оборудования можно рассмотреть на примере строительства 3 малых ГЭС (Белокан– 1, Исмайыллы – 1,Огуз – 1 МГЭС) в республике Азербайджан, на которых были установлены одинаковые гидроагрегаты и гидротурбины марки **HLA575C- WJ-50, HLA575CWJ-60** “**Frensis”**. Строительная часть этих ГЭС имела одинаковый состав сооружения: небольшая земляная плотина, железобетонные водосливные плотины, рещетчатые и боковые водозаборы, отстойники, деривационное каналы и трубопроводы, здание малых ГЭС из стандартных модулей.

По данным американских специалистов стоимость строительства малых ГЭС возрастает с уменьшением напора **[3,4].** Изменение стоимости строительства в зависимости от напора также подверждается на 1, 2 и трех гидроагрегатах. В данной работе определены показатели проекта строительства малых ГЭС, а также произведен расчет полной стоимости МГЭС в зависимости от напора **[1,2].**

$$\text{К}_{\text{мгэс}}\mathbf{=9000.S.}\frac{\boldsymbol{N}_{\text{уст}}^{\mathbf{0,7}}}{\boldsymbol{H}^{\mathbf{0,35}}}; \qquad (2)$$

Где S-фактор расположения, значения которого принимается в диапозоне 5,1-25% установленной мощностью, квт; Н-напор Н=10,20,30,40,50,60,70,80,90,100 м.



Расчеты проводится для трех, Белокан -1, Исмайыллы – 1, Огуз -1 МГЭС и строится графики стоимости от малых ГЭС напора. **Рис.1**

Расчет продолжаем в следующем порядке для отдельных МГЭС Исмайыллы -1и др.

$$\text{К}_{\mathbf{1}} = 9000.\text{S}\frac{N^{0,7}}{H^{0,35}} = 9000.5{,}2\frac{1581^{0,7}}{10^{0,35}} = 46800.\frac{173{,}41}{2{,}239} = 46800.77{,}47 = 3626110{,}8\ \$;$$

$$\text{К}_2 = 9000.\text{S}\frac{\boldsymbol{N}^{0,7}}{\text{H}^{0,35}} = 9000.5{,}2\frac{1581^{0,7}}{20^{0,35}} = 46800.\frac{173{,}481}{2{,}289} = 2845908\ \$;$$

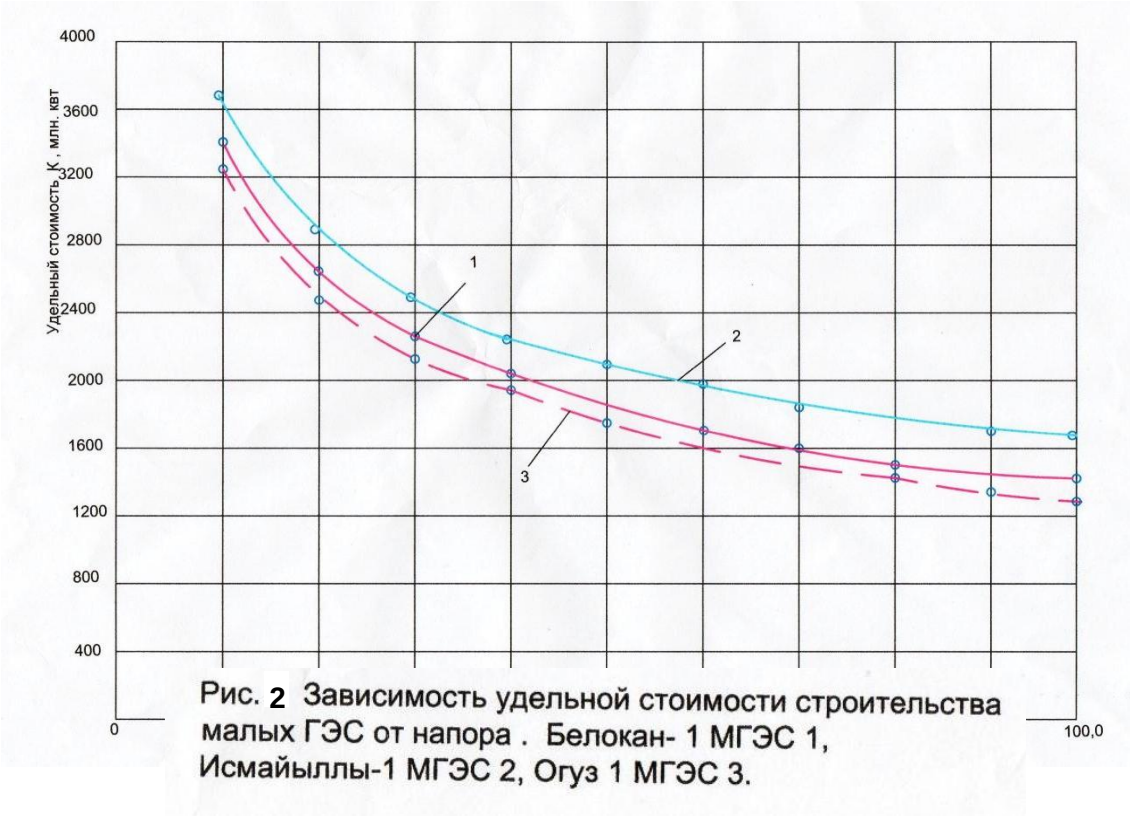


Рис. 2 Зависимость удельной стоимости строительства малых ГЭС от напора . Белокан- 1 МГЭС 1, Исмайыллы-1 МГЭС 2, Огуз 1 МГЭС 3.

Таблица 1

Основные параметры

№	Параметры МГЭС	Белокан-1МГЭС	Исмаиллы-1 МГЭС	Огуз – 1 МГЭС
1.	Nq, Mvt.	1,44	1,581	1,341
2.	Э, млн.квт.ч	9,2	7,9	6,7
3.	Н, м	69,0	55,0	69,21

Выводы: Выполнены проектно-изыскательские работы на трех горных и предгорных реках Азербайджанской Республики. Выбраны и выполнены расчеты рентабельности проектов и уточнены параметры МГЭС, и произведено технико - экономическое обоснование.

Библиографический список:

1. Щербаков Е.В., Л.В.Толстихина Техника-экономическое обоснование строительства малых гидроэлектростанций// Гидроэлектростанций в XXI веке; сборник материалов IV Всероссийской научно-практический конференции .Сибирский федеральный университет; Саяано-Шушенский филиал, 2017,344с.

2. Коновалова О.Е.Экономическая оценка наиболее привлекательных проектов малых гидроэлектростанции Мурманский области//Труды Кольского научного центра РАН,Энергетика. – Вып.11.т .8 2015, с.85-93

3. Российское акционерное общества энергетики и электрофикации “ЕАС России” Нормативы затрат на ремонт в процентах от балансовой стоимости конкретных видов освоение средств электростанций СО34.20.611-2003 Ю.Б.Осипов,Б,И.Шар.

4. Михайлова Л.П. Малая гидроэнергетика, Москва.: 1989,с.153-156.

Евсеев Петр Григорьевич
Evseev Petr Grigorievich
Студент
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Российский технологический университет – МИРЭА»

Зенюк Кирилл Алексеевич
Zenyuk Kirill Alekseevich
Студент
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Российский технологический университет – МИРЭА»

УДК 004

КОНТЕЙНЕРНАЯ ВИРТУАЛИЗАЦИЯ. ПРЕИМУЩЕСТВА И НЕДОСТАТКИ

CONTAINER VIRTUALIZATION. ADVANTAGES AND DISADVANTAGES

Аннотация: В данной статье рассматриваются контейнерная виртуализация и аппаратная виртуализация, их основные различия, преимущества и недостатки и указаны причины их использования.

Abstract: This article discusses container virtualization and hardware virtualization, their main differences, advantages and disadvantages, and the reasons of their use.

Ключевые слова*:* виртуализация, контейнеры, виртуальные машины, сравнение.

Key Words: virtualization, containers, virtual machines, comparison.

В современном постиндустриальном обществе большинство профессий и дисциплин уже перешло в IT сектор и за несколько десятков лет было написано невероятное количество кода и появились крайне сложные по своей архитектуре системы, которые требуют непрерывной поддержки многими инженерами. В следствие появилась необходимость облегчения возможности переноса программного кода на серверную часть и его планомерного внедрения для дальнейшего расширения систем. Контейнерная виртуализация является одним из инструментов, позволяющих решить данную проблему.

Основным понятием контейнерной виртуализации является контейнер. Что же такое контейнер? Контейнеры, или иначе известные, как виртуализация на уровне операционной системы, представляют собой легковесный подход к виртуализации, который обеспечивает только тот минимум, который требуется приложению для запуска функционирования в соответствии с его назначением, что и является их основным отличие от аппаратной виртуализации – виртуализации, которая полностью эмулирует работу операционной системы, используя в качестве базовой единицы виртуальные машины.

Контейнер чаще всего включает в себя:

- Приложение
- Зависимости
- Библиотеки
- Конфигурационные файлы
- Бинарные файлы

Контейнерное приложение позволяет исходному приложению надежно работать в разных средах, абстрагируюсь от операционной системы и физической инфраструктуры. Контейнерные приложения совместно используют ядро операционной системы хоста с другими контейнерами, а общая часть ОС доступна только для чтения. Внутри контейнера часто имеется один исполняемый сервис или микросервис

Размер контейнера чаще всего измеряется в десятках мегабайт и по этой причине требуется всего 1-2 секунды для его подготовки и дальнейшего запуска. При увеличении нагрузки новый контейнеры могут быть созданы, а при уменьшении соответственно уничтожены. Для изменения или обновления контейнера достаточно всего лишь изменить файл конфигурации, а затем создать новые контейнеры, при этом уничтожив старые [1].

Контейнерная виртуализация – это метод виртуализации, который производится на уровне операционной системы, при котором ядро операционной системы поддерживает несколько изолированных экземпляров пространства пользователя вместо одного.

Ранее упоминалась аппаратная виртуализация. В чём же её основное отличие от контейнерной виртуализации? На рис. 1 приведены модели виртуальной машины и контейнера.

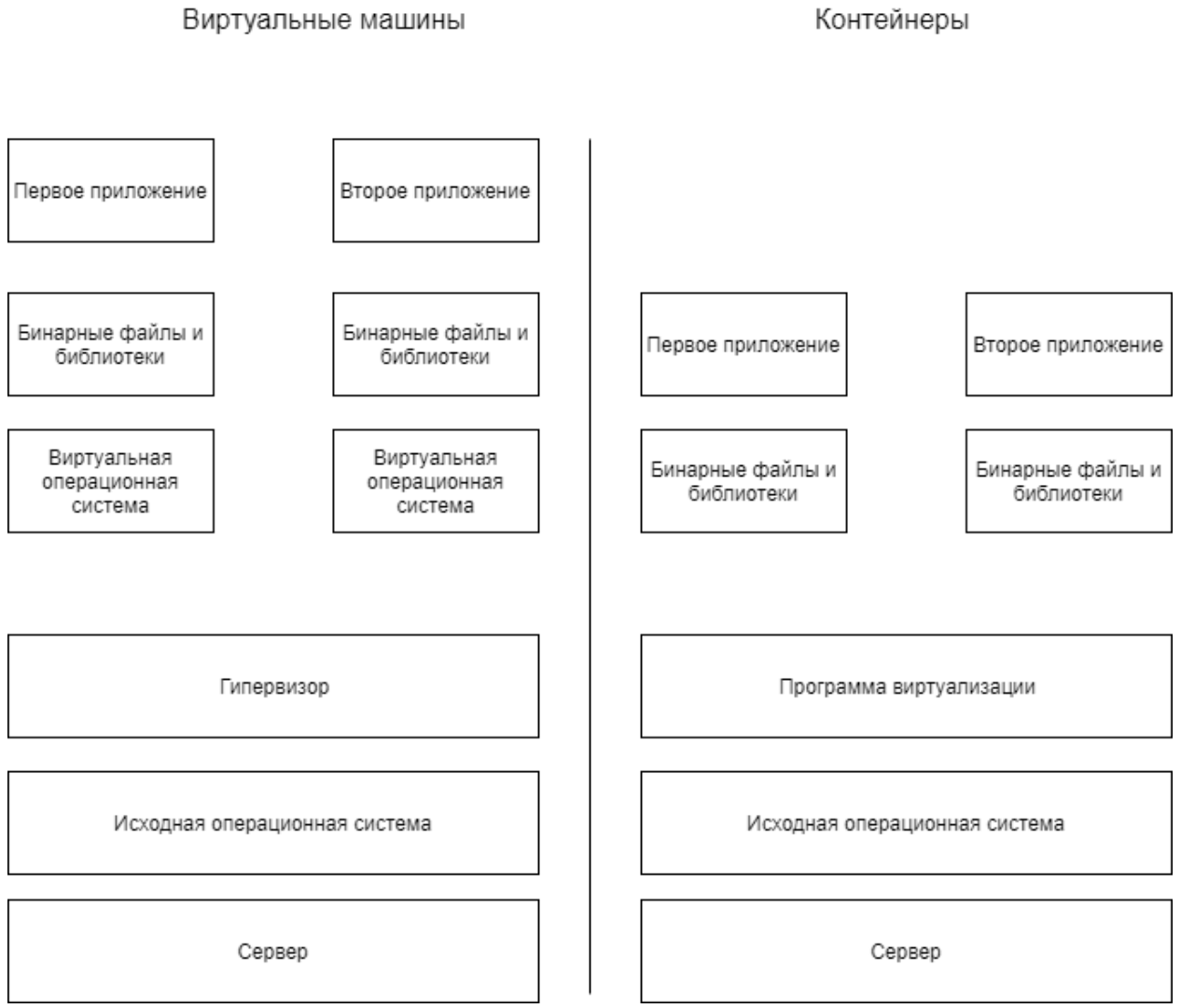


Рис.1. Модели работы виртуальной машины и контейнера.

Несмотря на наличие между виртуальными машинами и контейнерами общих характеристик, между ними имеются существенные различия. При детальном рассмотрении рисунка выше становится легко указать на них.

1. Виртуальные машины содержат полную операционную систему и приложения. Виртуализация на основе гипервизора является ресурсоёмкой, виртуальная может заниматься несколько гигабайт памяти, в зависимости от создаваемой операционной систем.

2. Виртуальные машины используют гипервизоры для совместного использования и управления оборудованием, в то время как контейнеры совместно используют ядро операционной системы для доступа к оборудованию

3. Виртуальные машины имеют свои собственные ядра и им нет необходимости использовать ядро операционной системы сервера, благодаря этому они изолированы на более глубоком уровне

4. Виртуальные машины, расположенные на одном сервере, могут использовать разные операционные системы. Одна виртуальная машина может использовать Windows, в то время как другая может использовать Ubuntu.

5. Контейнеры связаны с операционной системой сервера, по этой причине контейнеры используют одну операционную систему.

6. Контейнеры виртуализируют базовую операционную систему, а виртуальные машины виртуализируют базовое оборудование.

Из приведенных выше различий планомерно можно вывести преимущества и недостатки контейнерной виртуализации перед аппаратной виртуализацией.

Весомым преимуществом контейнерной виртуализации является то, что средний размер контейнера в районе нескольких мегабайт, в то время как размер виртуальной машины до нескольких гигабайт [2]. По этой причине сервер может запустить намного больше контейнеров, нежели чем виртуальных машин и запуск контейнеров требует меньше ресурсов, чем запуск виртуальных машин, в следствие этого имеется возможность добавления большей вычислительной нагрузки на сервер.

Так же из-за легковесности контейнера его подготовка занимает всего несколько секунд, поэтому центр обработки данных может быстро реагировать на всплеск активности пользователей.

Контейнеры могут позволить вам легко распределять ресурсы между процессами и запускать ваше приложение в различных средах.

Использование контейнеров может уменьшить время, используемое для разработки, тестирования и запуска приложений и сервисов так как, тестирование и отслеживание ошибок в программном коде становятся менее сложными, по причине того, что нет разницы между локальным запуском приложения и запуском приложения на сервере.

Одним же из основных недостатков виртуализации на основе контейнеров по сравнению с аппаратной виртуализацией является безопасность. Контейнеры совместно используют ядро и другие компоненты операционной системы, используя уровень доступа администратора. Это означает, что контейнеры менее изолированы друг от друга и, если в ядре существует уязвимость, это может также поставить под угрозу безопасность других контейнеров [3].

Следующим недостатком является отсутствие гибкости в выборе операционной системы. Для того чтобы запустить контейнер с определенной операционной системой – требуется сервер, который будет использовать данную операционную систему, в то время как в виртуальных машинах могут использоваться любые необходимые для конкретной ситуации операционные системы.

Ещё одна проблема - Создание сетей. Развёртывание контейнеров, достаточно изолированных способом при сохранении адекватного сетевого соединения может быть сложным по причине сильной связанности с ядром операционной системы сервера.

В настоящее время, несмотря на существенные проблемы, описанные выше контейнерная виртуализация набирает всё большую и большую популярность по причине того, что в больших системах с огромной проходимостью данных становится невозможно поддерживать нынешнее количество серверов. Так же важной причиной является популярность микросервисной архитектуры при разработке приложений, при использовании которой одно большое приложение декомпозируется на более малые узкоспециализированные приложения. Контейнеры намного лучше подходят для хранения данных приложений, нежели чем виртуальные машины, так как занимают меньше места и запускаются быстрее.

Библиографический список:

1. Babu A. et al. System performance evaluation of para virtualization, container virtualization, and full virtualization using xen, openvz, and xenserver //Advances in Computing and Communications (ICACC), 2014 Fourth International Conference on. – IEEE, 2014. – С. 247-250.

2. Meng X., Pappas V., Zhang L. Improving the scalability of data center networks with traffic-aware virtual machine placement //INFOCOM, 2010 Proceedings IEEE. – IEEE, 2010. – С. 1-9.

3. Xu J., Fortes J. A. B. Multi-objective virtual machine placement in virtualized data center environments //Green Computing and Communications (GreenCom), 2010 IEEE/ACM Int'l Conference on & Int'l Conference on Cyber, Physical and Social Computing (CPSCom). – IEEE, 2010. – С. 179-188..

Барабанова Екатерина Вячеславовна
Barabanova Ekaterina Vyacheslavovna
Студентка Российского технологического университета, факультет информационных технологий, направление «Программная инженерия»

Колесников Лев Алексеевич
Kolesnikov Lev Alekseevich
Студент Российского технологического университета, факультет информационных технологий, направление «Программная инженерия»

Пименов Алексей Александрович
Pimenov Alexey Alexandrovich
Студент Российского технологического университета, факультет информационных технологий, направление «Программная инженерия»

УДК 004

РАЗВИВАЮЩЕЕ МОБИЛЬНОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ «SMART DICTIONARY» ДЛЯ ОПЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ IOS

DEVELOPING MOBILE APPLICATION "SMART DICTIONARY" FOR IOS OPERATING SYSTEM

Аннотация: в данной статье затрагивается возможность обучения и развития с помощью мобильного приложения. Приложение создано для того, чтобы пользователь заводил свой словарь, а встроенные игры способствовали более легкому запоминанию слов. Эта тема актуальная на сегодняшний день, поскольку игровой процесс с красочным интерфейсом поднимает интерес пользователя к обучению.

Annotation: this article is about possibility to study and develop using mobile application. It was make users to create their own dictionary and built-in games help to learn new words easer. This theme is actual right now, because game process with colorful interface increases users' interest for education.

Ключевые слова: Swift, IOS, словарь, Smart Dictionary, развитие, обучение, тезаурус.

Key words: Swift, IOS, dictionary, Smart Dictionary, development, education, thesaurus.

Введение

Каждый год в информационной сфере появляются новые технологии, которые мгновенно внедряются в жизнь многих людей, привычные методы обучения заменяются на современные. Сейчас сложно представить образовательный процесс без воздействия компьютерных систем. Это касается не только специализированных учреждений, но и самообучения тоже. Для того, чтобы подобрать нужный материал, пользователь будет искать информацию, приложения, курсы, книги и т.д. в интернете или онлайн-магазинах (App Store и iTunes Store для IOS-устройств и Google Market для Android-устройств).

Удобство обучающих приложений на мобильных устройствах заключается в том, что:

1) большая часть современных гаджетов оборудованы доступом к сети Интернет;
2) мобильные устройства есть практически у всех (даже у детей);
3) мобильные устройства всегда с собой, что делает обучение непрерывным.

Обучение с помощью с мобильных устройств подходят тем, кто постоянно находится в транспорте, не имеет персонального компьютера (что редкость в современном мире).

Но, как и везде, здесь тоже есть свои минусы: мобильные устройства чаще используют для развлечения. Для того, чтобы заинтересовать потенциального пользователя, в приложения встраивают интерактивные игры. Они способствуют:

1) облегчению усвоения материала;
2) поддержке заинтересованности у пользователя;
3) развитию внимания, памяти, мышления, воображения.

Именно для этих целей было создано приложение «Smart Dictionary».

Основная часть

«Smart Dictionary» - мобильное приложение для записи и запоминания слов. Его функционал включает в себя:

1) регистрацию;
2) создание новый категорий для слов;
3) добавление слов в выбранные категории;
4) запоминание слов с помощью встроенных игр;
5) просмотр статистики аккаунта;
6) навигацию внутри приложения через боковое меню.

Для реализации приложения был выбран язык разработки Swift.

Swift исключает большой пласт распространенных программных ошибок при помощи применения современных программных паттернов:

1) переменные всегда инициализированы до того, как будут использованы;
2) индексы массивов всегда проверяются на out-of-bounds ошибки;
3) целые числа проверяются на переполнение;
4) опционалы гарантируют, что значения nil будут явно обработаны;
5) автоматическое управление памятью;
6) обработка ошибок позволяет осуществлять контролируемое восстановление от непредвиденных ошибок [1].

Также хочется отметить, что язык Swift производителен, безопасен и подходит для быстрого развития, поскольку он является открытым и бесплатным. Пользователи могут предлагать свои решения найденных ошибок и улучшать методы.

Рассмотрим приложение изнутри. На рисунке 1 показана главная страница приложения, где можно открыть либо игру, либо категорию слов. Категории пролистываются вправо или влево.

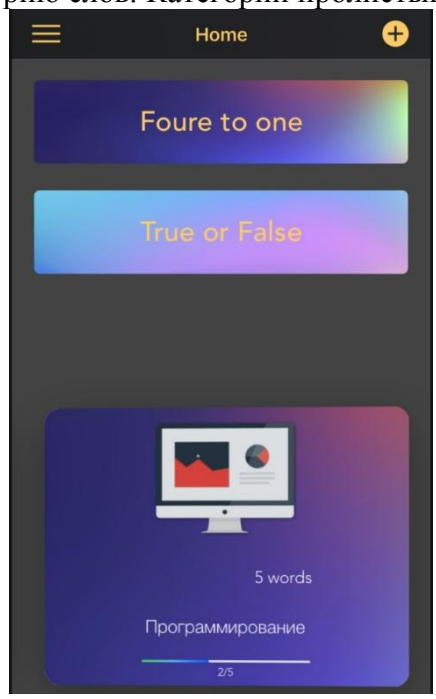


Рисунок 1. Главная страница приложения.

На рисунке 2 можно увидеть открытую категорию, где перечислены термины и пояснения к ним. Термины и определения можно изменять и удалять.

Рисунок 2. Страница категории «Программирование».

Для лучшего запоминания слов были встроены две игры: «Foure to One» и «True or False».

Игра «Foure to One» состоит в том, что на экране появляется определение какого-то термина и перечислены 4 слова, одно из которых является верным. После верного или неверного ответа, игра продолжается.

Рисунок 2. Игра «Foure to One».

Игра «True or False» заключается в выборе верного утверждения. На экране появляется термин и определение. Если определение подходит к термину, пользователь отмечает «true», в ином случае – «false».

Рисунок 3. «True or False».

Заключение

В данной статье было представлено приложение «Smart Dictionary», в котором можно составить собственный тезаурус, основываясь на своем уровне знаний и интересах. Также были внедрены развивающие игры «Foure to One» и «True or False», смысл которых развить память и внимательность пользователя.

Следует отметить, что такое приложение подходит для любой возрастной категории. Простой и дружелюбный интерфейс приложения не должен вызвать сложностей что у детей, что у людей в возрасте.

Библиографический список:

1. О языке Swift [Электронный ресурс] – https://swiftbook.ru/content/swift-tour/about-swift/ (дата обращения: 11.12.2018)

2. Аллан, А. Программирование для мобильных устройств на iOS: Профессиональная разработка приложений для iPhone, iPad, and iPod Touch / А. Аллан.. - СПб.: Питер, 2013. - 416 с.

3. Нахавандипур, В. iOS. Разработка приложений для iPhone, iPad и iPod / В. Нахавандипур. - СПб.: Питер, 2013. - 864 с

Научное издание

Коллектив авторов

Сборник материалов XXXIII Международной научной конференции «Техноконгресс»

ISBN 978-5-9907998-9-9

Техниконаучный журнал «Техноконгресс»

Кемерово 2018